



Estimation des paramètres de modèles de processus ponctuels marqués pour l'extraction d'objets en imagerie spatiale et aérienne haute résolution

Saima Ben Hadj, Florent Chatelain, Xavier Descombes, Josiane Zerubia

► To cite this version:

Saima Ben Hadj, Florent Chatelain, Xavier Descombes, Josiane Zerubia. Estimation des paramètres de modèles de processus ponctuels marqués pour l'extraction d'objets en imagerie spatiale et aérienne haute résolution. [Rapport de recherche] RR-7350, INRIA. 2010, pp.81. inria-00508431

HAL Id: inria-00508431

<https://inria.hal.science/inria-00508431>

Submitted on 3 Aug 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

***Estimation des paramètres de modèles de processus
ponctuels marqués pour l'extraction d'objets en
imagerie spatiale et aérienne haute résolution***

Saima BEN HADJ — Florent CHATELAIN — Xavier DESCOMBES — Josiane ZERUBIA

N° 7350

Juillet 2010

Vision, Perception and Multimedia Understanding



***rapport
de recherche***

Estimation des paramètres de modèles de processus ponctuels marqués pour l'extraction d'objets en imagerie spatiale et aérienne haute résolution

Saima BEN HADJ^{*}, Florent CHATELAIN[†], Xavier
DESCOMBES^{*}, Josiane ZERUBIA^{*}

Theme : Vision, Perception and Multimedia Understanding
Équipe-Projet Ariana

Rapport de recherche n° 7350 — Juillet 2010 — 81 pages

Résumé : Dans le but d'extraire des réseaux d'objets à partir d'images de télédétection haute résolution, une technique fondée sur une modélisation par processus ponctuels marqués a montré sa pertinence pour résoudre ce type de problème. La particularité de cette technique est qu'elle permet de représenter les objets de l'image par un ensemble de formes géométriques qui interagissent entre elles. Cette modélisation est gouvernée par deux types d'énergies : une énergie d'attache aux données qui lie les objets à l'image traitée, et une énergie de régularisation qui contrôle le recouvrement entre les objets.

Certains paramètres incorporés dans ce modèle doivent être ajustés automatiquement en fonction de l'image traitée afin d'assurer une extraction non-supervisée des objets. Pour ce faire, nous étudions les méthodes d'estimation des paramètres impliqués dans cette modélisation. Nous entamons, d'abord, une étude dans le cas des données complètes, lorsque l'ensemble des objets de l'image est supposé connu. Nous abordons ensuite le problème d'estimation

^{*} Équipe-Projet Ariana, INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée 2004, routes des Lucioles - BP93 - 06902 Sophia Antipolis cedex, France

[†] Gipsa-lab, Département Image et Signal, Domaine Universitaire - BP 46 - 38402 Saint Martin d'Hères cedex, France

dans le cas où l'ensemble des objets de l'image est effectivement inconnu et nous proposons une méthode d'estimation fondée sur une version stochastique de l'algorithme Espérance-Maximisation. Nous validons, dans un premier temps, cette méthode d'estimation sur un modèle simple de processus ponctuels marqués pour lequel les objets sont de forme circulaire. Ensuite, nous l'étendons à des formes géométriques plus générales, telles que les ellipses et les rectangles. Nous abordons ainsi plusieurs applications ; à savoir l'extraction des flamants roses, des houppiers d'arbres, des bateaux dans un port maritime, de la trace au sol du bâti ainsi que la détection de tente de réfugiés.

Mots-clés : processus ponctuel marqué, RJMCMC, recuit simulé, SEM, pseudo-vraisemblance, extraction d'objet, flamants roses, arbres, bateaux, bâtiments, tentes de réfugiés

Parameter estimation for marked point process models within a framework of object extraction in high resolution satellite and aerial imagery

Abstract: In order to extract object networks from high resolution remote sensing images, a new technique based on a marked point process model proved its ability to solve such a problem. The particularity of this technique is that it represents the objects of an image by a set of interacting geometric shapes. This model is governed by two types of energy: a data energy term which links the objects to the features to be extracted and a regularizing energy term which controls the recovery between objects.

Certain parameters incorporated in this model must be adjusted automatically according to the processed image, in order to achieve unsupervised object extraction. In this prospect, we study how to estimate these parameters. First, we start by the case of complete data, where the objects of the image are supposed to be known. We then discuss the estimation problem in the case of incomplete data where the objects are actually unknown and we propose an estimation method based on the Stochastic Expectation-Maximization algorithm. We validate this estimation method on a simple model of marked point processes for which the objects are circular. Then, we extend it to more general geometric shapes such as ellipses and rectangles. We address several applications, namely pink flamingo detection, tree crown extraction, detection of boats in a seaport, building outline extraction as well as refugee tent detection.

Key-words: marked point process, RJMCMC, simulated annealing, SEM, pseudo-likelihood, object extraction, pink flamingos, trees, boats, buildings, refugee tents

Table des matières

1	Introduction	9
2	Estimation en données complètes	10
2.1	Processus ponctuels marqués	10
2.1.1	Énergie externe : Attache aux données	10
2.1.2	Énergie interne : a priori	17
2.1.3	Énergie totale et processus ponctuels marqués	20
2.2	Estimation des paramètres en données complètes	22
2.2.1	Pseudo-vraisemblance d'un processus ponctuel	23
2.2.2	Approximation de l'algorithme Expectation-Maximization (EM)	23
2.3	Simulations	24
3	Estimation des paramètres en données incomplètes	26
3.1	Maximum de Vraisemblance par méthode de Monte Carlo par Chaînes de Markov (MVMCMC)	26
3.1.1	Principe	26
3.1.2	Limitations	28
3.2	Algorithmes d'Espérance-Maximisation et Pseudo-Vraisemblance	29
3.2.1	Principe	29
3.2.2	Version stochastique de l'algorithme EM (SEM)	30
3.2.3	Approximation de la vraisemblance par la pseudo-vraisemblance	31
3.3	Simulations	33
3.3.1	Identifiabilité des paramètres	33
3.3.2	Modification de l'énergie a priori	34
3.3.3	Initialisation de l'algorithme d'optimisation	36
3.4	Résultats	39
3.4.1	Image synthétique	40
3.4.2	Image réelle	44
4	Modèle de rectangles	46
4.1	Description du modèle	46
4.2	Application à l'extraction de la trace au sol du bâti	48
4.2.1	Modification du modèle	49
4.3	Application à la détection de tentes	58
4.3.1	Simulation des résultats sur une image de tentes	58
4.3.2	Post-traitement proposé	60

5	Modèle d'ellipses	64
5.1	Description du modèle d'ellipses	64
5.2	Application à l'extraction des flamants roses	65
5.3	Application à l'extraction des arbres	66
5.4	Application à la détection de navires	68
5.4.1	Simulation des résultats sur une image de navires . . .	68
5.4.2	Modification de l'énergie d'attache aux données	70
5.4.3	Première modification de l'énergie a priori	71
5.4.4	Deuxième modification de l'énergie a priori	74
6	Conclusion	76
A	Annexe : Pseudo-vraisemblance d'un processus ponctuel	78
A.1	Intensité Conditionnelle	78
A.2	Pseudo-Vraisemblance	78

Table des figures

1	Colonie de flamants roses en Camargue ©La Tour du Valat . . .	13
2	Cartes d'attache aux données pour différents modèles d'énergie externe	13
	(a) Modèle bayésien	13
	(b) Approche détecteur	13
3	Limitation du modèle bayésien d'énergie d'attache aux données . . .	15
	(a) Image synthétique (640×480 pixels) composée de 34 objets circulaires et d'une bande dont la radiométrie est similaire à celle des objets à extraire	15
	(b) Modèle Bayésien : 223 objets détectés	15
	(c) Modèle Détecteur : 33 objets détectés	15
4	Fonction de qualité du terme détecteur ($d_0 = 5$)	17
5	Détection d'objets circulaires en l'absence d'énergie a priori . . .	18
	(a) Image synthétique (640×480) composée de 60 objets quasi-circulaires	18
	(b) Modèle bayésien (72 objets détectés)	18
	(c) Modèle détecteur (104 objets détectés)	18
6	Estimation SAEM et extraction des objets par recuit simulé à partir des estimés du paramètre α	25
	(a) Modèle bayésien : $\hat{\alpha} = 0.00072$, 3 itérations de l'algorithme SAEM	25
	(b) Modèle détecteur : $\hat{\alpha} = 37.9345$, 6 itérations de l'algorithme SAEM	25
	(c) Modèle détecteur : 57 objets détectés	25
	(d) Modèle bayésien : 58 objets détectés	25
7	Graphe (avec une échelle logarithmique pour l'axe des ordonnées) de la fonction $I(\gamma_d)$ obtenue pour l'image de la colonie de flamants roses présentée en Fig. 1 ($\beta = 100$) en fonction du paramètre d'interaction γ	39
8	Image synthétique (640×480 pixels) composée de 60 objets . . .	40
9	Modèle bayésien : $\hat{\gamma}_d = 7.19 \times 10^{-4}$, $PL_W(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{y}) = 398.644$, $\beta = 200$ (42 objets, 3 itérations de l'algorithme SEM effectuées en 11 minutes)	41
10	Modèle détecteur : $\hat{\gamma}_d = 37.9345 \times 10^{-4}$, $PL_W(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{y}) = 499.194$, $d_0 = 2$, $\beta = 200$ (43 objets, 6 itérations de l'algorithme SEM effectuées en 16 minutes)	41
11	Déroulement de l'algorithme SEM lors de l'estimation du paramètre γ_d pour l'image 1	42

(a)	itération $k = 1$, $\hat{\gamma}_d = 34.43$, 33 objets	42
(b)	itération $k = 2$, $\hat{\gamma}_d = 35.56$, 34 objets	42
(c)	itération $k = 3$, $\hat{\gamma}_d = 34.93$, 35 objets	42
(d)	itération $k = 4$, $\hat{\gamma}_d = 35.18$, 39 objets	42
(e)	itération $k = 5$, $\hat{\gamma}_d = 36.2845$, 42 objets	42
(f)	itération $k = 6$, $\hat{\gamma}_d = 36.3095$, 43 objets	42
12	Modèle bayésien : 58 objets détectés par recuit simulé	43
13	Modèle détecteur : 57 objets détectés par recuit simulé	43
14	Modèle détecteur : $\hat{\gamma}_d = 13.31$, $PL_W(\hat{\theta}; \hat{x}, y) = 1797.75$, $d_0 = 1.333$, $\beta = 1000$ (234 objets, 3 itérations de l'algorithme SEM effectuées en 6 minutes)	44
15	Modèle détecteur : 355 objets détectés par recuit simulé	44
16	Paramétrisation d'un rectangle	47
17	Modèle Numérique d'Elevation d'une partie d'Amiens, © IGN	48
18	Extraction de la trace au sol du bâti par un processus de rectangle	49
(a)	Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM	49
(b)	Résultat d'extraction, 83 rectangles détectés	49
19	Grandeurs d'alignement de deux rectangles	50
20	Rectangles alignés	51
21	Rectangles orthogonaux	52
22	Extraction de la trace au sol du bâti par un processus de rectangle, en favorisant les rectangles alignés et orthogonaux	57
(a)	Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM	57
(b)	Résultat d'extraction, 83 rectangles	57
23	Extraction de la trace au sol de bâtiments à la Mecque par un processus de rectangle, en favorisant les rectangles alignés et orthogonaux	58
(a)	Extrait des bâtiments à la Mecque, © GoogleEarth	58
(b)	Résultat d'extraction, 48 bâtiments détectés	58
24	Extraction de tentes à Boumerdes, © CNES	59
(a)	Image en couleur	59
(b)	Image en niveau de gris	59
25	Détection des tentes par un processus de rectangle	60
(a)	Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM	60
(b)	Résultat d'extraction, 398 objets détectés	60
26	Nouvelle définition de l'attache aux données	61
27	Elimination des fausses alarmes, 153 objets détectés	62
28	Elimination des objets non homogènes, 98 objets détectés	63
29	Paramétrisation d'une ellipse	64
30	Extraction des flamants roses par un processus d'ellipse	66

	(a) Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM .	66
	(b) Résultat d'extraction, 387 flamants détectés	66
31	Extrait d'une plantation de peupliers en Saône et Loire, © IFN	67
32	Extraction de houppiers par un processus d'ellipse	68
	(a) Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM .	68
	(b) Résultat d'extraction, 603 arbres détectés	68
33	Extrait d'une photographie de navires © CNES	69
34	Extraction de navires par un processus ponctuel marqué d'el- lipes	69
	(a) Résultat de simulation d'une configuration d'objets à la dernière itération de l'algorithme SEM	69
	(b) Résultat d'extraction, 538 bateaux détectés	69
35	Modification de la définition de la frontière d'une ellipse pour la détection des navires	70
36	Extraction des navires par un processus ponctuel marqué d'el- lipse avec modification de la définition de l'attache aux données	71
	(a) Résultat de simulation d'une configuration d'objets à la dernière itération de l'algorithme SEM	71
	(b) Résultat d'extraction, 635 bateaux détectés	71
37	Alignement de deux ellipses	72
38	Extraction des navires par un processus ponctuel marqué d'el- lipse, en favorisant les ellipses alignées	74
	(a) Résultat de simulation d'une configuration d'objets à la dernière itération de l'algorithme SEM	74
	(b) Résultat d'extraction, 715 bateaux détectés	74
39	Extraction de navires par un processus ponctuel marqué d'el- lipse, en favorisant les ellipses alignées ayant une direction pri- vilégiée	75
	(a) Résultat de simulation d'une configuration d'objets à la dernière itération de l'algorithme SEM	75
	(b) Résultat d'extraction, 523 bateaux détectés	75

1 Introduction

Des modèles de processus ponctuels marqués ont été récemment appliqués avec succès à des problèmes d'extraction d'objets en télédétection (cf. Perrin *et al.* (2006); Descamps *et al.* (2008)). Un avantage majeur de ces modèles est de s'affranchir de l'approche pixelique : les contraintes géométriques et les interactions spatiales sont ainsi directement prises en compte au niveau des objets. Il est alors possible de modéliser de fortes interactions entre les objets à travers les paramètres du modèle. Pour un problème d'extraction donné, la valeur de ces paramètres dépend évidemment de l'image traitée. Jusqu'à présent, les méthodes d'extraction proposées nécessitent de calibrer à la main ces paramètres. Afin d'obtenir des méthodes d'extraction d'objets entièrement non-supervisées, il s'avère donc nécessaire de développer des méthodes d'estimation des paramètres en question.

Dans cette étude, nous décrivons, tout d'abord, un modèle générique et les outils associés pour l'estimation des paramètres. Nous traitons, ensuite, le cas des données incomplètes, puisqu'en analyse d'image la configuration d'objets est recherchée et donc n'est pas connue. Puis, nous déclinons l'approche pour des modèles de rectangles et d'ellipses. Nous appliquons, tout d'abord, la méthodologie développée aux problèmes de l'extraction de la trace au sol des bâtiments et de la détection de tentes dans un campement d'urgence après un séisme, en utilisant un modèle de rectangles. Ensuite, nous estimons les paramètres d'un processus ponctuel d'ellipse afin de résoudre le problème de décompte de flamants roses, d'arbres et de navires à quai. En conclusion, nous ouvrons des perspectives étendant ce travail de recherche.

2 Estimation en données complètes

2.1 Processus ponctuels marqués

Un objet $x = (u, m)$ que l'on cherche à extraire peut être défini par sa position u dans l'image \mathcal{W} , et par une marque $m \in \mathcal{M}$. Dans notre cas, cette marque correspond aux caractéristiques géométriques de l'objet, par exemple son rayon dans le cas d'objets circulaires. La configuration \mathbf{x} du réseau d'objets que l'on cherche à extraire peut alors être modélisée comme une réalisation d'un processus ponctuel marqué défini sur $\mathcal{W} \times \mathcal{M}$. On s'intéresse ici à des modèles de processus ponctuels marqués utilisés afin d'extraire des objets surfaciques tels que des houppiers (Perrin *et al.* (2006)) ou des flamants roses (Descamps *et al.* (2008)). Ces processus sont définis par leur densité par rapport à une mesure de Poisson de référence. Dans la suite, \mathbf{y} désigne la radiométrie de l'image observée. En empruntant des notations issues de la physique statistique, la densité du processus peut s'exprimer sous forme énergétique. L'énergie du processus est alors formée par la somme de deux termes : 1) une énergie d'attache aux données notée $U_{\boldsymbol{\theta}}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, qui reflète l'adéquation entre une configuration d'objets \mathbf{x} et les données observées \mathbf{y} et 2) une énergie *a priori* notée $U_{\boldsymbol{\theta}}^p(\mathbf{x})$ qui traduit les connaissances dont on dispose sur la structure de la configuration \mathbf{x} recherchée. Ceci conduit à l'expression suivante de la densité du processus :

$$f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{\exp[-\alpha (U_{\boldsymbol{\theta}}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + U_{\boldsymbol{\theta}}^p(\mathbf{x}))]}{c(\boldsymbol{\theta})}, \quad (1)$$

où α est le paramètre qui pondère l'énergie, $\boldsymbol{\theta}$ désigne le vecteur des paramètres du modèle (α compris), et $c(\boldsymbol{\theta})$ est la constante de normalisation dont l'expression est en général inconnue. Pour une valeur donnée des paramètres $\boldsymbol{\theta}$, la configuration recherchée est alors celle qui maximise la vraisemblance $f_{\boldsymbol{\theta}}$, ou de manière équivalente qui minimise l'énergie du processus : $\hat{\mathbf{x}} = \arg \min U_{\boldsymbol{\theta}}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + U_{\boldsymbol{\theta}}^p(\mathbf{x})$. Cette optimisation est classiquement effectuée à l'aide de méthodes de simulation et d'optimisation stochastiques de type recuit simulé. On peut remarquer que le paramètre α est proportionnel à l'inverse d'une température. Par conséquent, la valeur de ce paramètre sera déterminante lors de l'étape d'extraction par recuit simulé.

2.1.1 Energie externe : Attache aux données

Dans cette étude, nous nous limitons au problème de l'extraction d'objets surfaciques (tels que des houppiers, des flamants roses, ...). Il s'agit principalement de répondre à des problèmes de comptage, afin d'estimer des tailles

de populations. L'énergie d'attache aux données U_d peut alors être définie de plusieurs façons : 1) par une modélisation probabiliste des observations dans un cadre bayésien, 2) par une approche détecteur qui calcule localement, i.e. pour chaque objet, un critère d'attache aux données.

1. Modèle Bayésien

Dans un cadre bayésien, on s'intéresse à une modélisation probabiliste du problème direct. Le terme d'attache aux données correspond alors à la probabilité (ou vraisemblance) conditionnelle des observations $\Pr_{\theta_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ pour une configuration d'objets \mathbf{x} donnée. En utilisant la formule de Bayes, la vraisemblance des configurations \mathbf{x} sachant les observations \mathbf{y} s'obtient alors, à une constante de normalisation près, comme la probabilité a posteriori suivante :

$$\Pr_{\theta}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto \Pr_{\theta_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \times \Pr_{\theta_p}(\mathbf{x}), \quad (2)$$

où θ_d correspond au vecteur des paramètres du terme d'attache aux données, $\Pr_{\theta_p}(\mathbf{x})$ représente l'a priori sur le modèle, et θ_p correspond au vecteur des paramètres de ce modèle a priori.

En considérant maintenant l'opposé du logarithme de la probabilité a posteriori :

$$U_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\log \Pr_{\theta}(\mathbf{x}|\mathbf{y}),$$

le problème peut se formuler sous une forme énergétique par une densité de Gibbs. La solution $\hat{\mathbf{x}}$ du problème inverse correspond alors à la configuration qui minimise l'énergie, ou de manière équivalente, qui maximise la probabilité a posteriori $\Pr_{\theta}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$. Cette solution correspond donc à l'estimateur bayésien classique du Maximum A Posteriori (MAP).

Un exemple de modèle probabiliste du problème direct a été proposé par Perrin (2006) dans le cadre de l'extraction de houppiers. Ce modèle exploite les différences radiométriques entre les objets à extraire et le fond (en général, les objets à extraire ont une radiométrie plus élevée que le reste de l'image) et repose sur une partition de l'image en deux classes :

1. la classe des objets, notée \mathcal{C}_o : un pixel appartient à \mathcal{C}_o s'il appartient à un des objets de la configuration \mathbf{x} .
2. la classe du fond, notée \mathcal{C}_f : un pixel appartient à cette classe s'il n'appartient pas à la classe des objets.

Conditionnellement à leur appartenance à une classe donnée, les pixels sont supposés identiques, indépendants et distribués selon une loi normale. En notant, respectivement, $\mathcal{N}(\mu_o, \sigma_o)$ la distribution gaussienne de la radiométrie de la classe objet, et $\mathcal{N}(\mu_f, \sigma_f)$ celle de la classe fond, la vraisemblance de l'image $\Pr_{\theta_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ a alors pour expression :

$$\begin{aligned} \Pr_{\theta_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) &= \exp(-U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})) \\ &= \prod_{i \in \mathcal{C}_o} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_o} \exp\left(\frac{-(y_i - \mu_o)^2}{2\sigma_o^2}\right) \prod_{i \in \mathcal{C}_f} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} \exp\left(\frac{-(y_i - \mu_f)^2}{2\sigma_f^2}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

où y_i désigne la radiométrie du pixel i .

Un des avantages de cette modélisation probabiliste réside dans le fait que les paramètres du modèle (moyennes et variances) peuvent être estimés directement à partir d'une classification de l'image. Ceci peut être fait à l'aide d'un algorithme de type *k-means* à deux classes. Par ailleurs, des améliorations de ce modèle ont été proposées dans Perrin (2006) afin de prendre en compte le fait que la radiométrie est, en général, plus grande au centre de l'objet que sur les bords. Toujours sous l'hypothèse d'indépendance et de normalité, la moyenne théorique de la radiométrie d'un pixel dans un objet dépend alors de la position dudit pixel dans l'objet. Ces modèles permettent ainsi d'améliorer la localisation et l'extraction des objets.

La figure 2(a) représente la carte d'attache aux données obtenue pour un tel modèle à partir de l'image de la figure 1. Cette dernière image, de taille 274×269 , est extraite d'une photographie aérienne d'un îlot en Camargue où est regroupée une colonie de flamants roses pendant la période de reproduction. Ici, les objets considérés pour modéliser les flamants roses sont des disques de rayon variable. Chaque pixel de la carte d'attache aux données correspond à la valeur minimale de l'énergie d'attache aux données obtenue pour tous les disques dont les centres correspondent aux pixels de mêmes coordonnées sur l'image à traiter (en supposant que les pixels qui n'appartiennent pas à l'objet sont tous dans la classe fond \mathcal{C}_f). Les énergies négatives correspondent aux zones susceptibles d'accueillir un objet, puisque la présence d'un objet fait diminuer l'énergie d'attache aux données. Au contraire, les énergies positives correspondent aux régions où la présence d'un objet n'est pas souhaitable, car la présence d'un tel objet augmenterait l'énergie d'attache aux données.

Cependant, ces modèles bayésiens se heurtent à plusieurs difficultés et limitations :

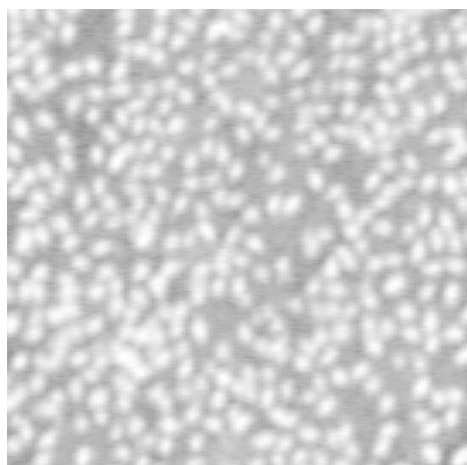


FIGURE 1 – Colonie de flamants roses en Camargue ©La Tour du Valat

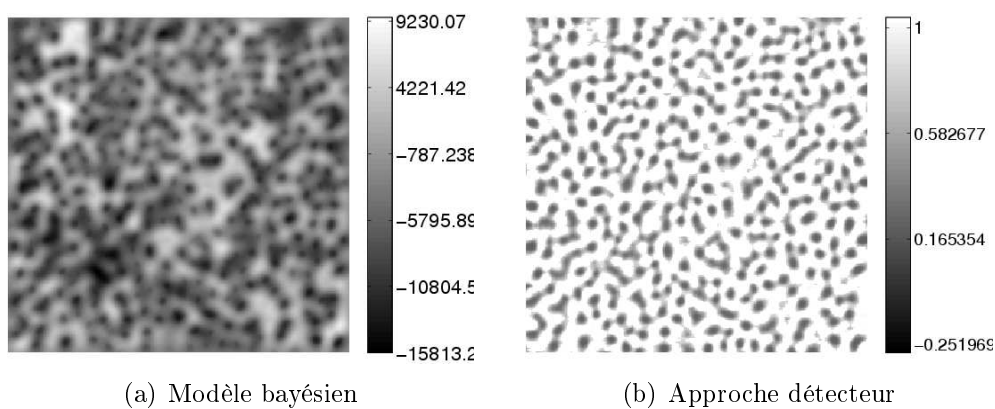


FIGURE 2 – Cartes d'attache aux données pour différents modèles d'énergie externe

- la classe du fond \mathcal{C}_f n'est, en général, pas homogène, et l'hypothèse selon laquelle les pixels de cette classe ont une distribution identique est peu réaliste.
- la vraisemblance des pixels de la classe objet \mathcal{C}_o ne repose pas, ou peu, sur les propriétés morphologiques des objets à extraire.

Ces deux limitations sont illustrées sur les résultats d'extraction présentés à la figure 3. La figure 3(a) représente une image synthétique composée d'un fond sombre, d'objets circulaires et d'une bande dont la radiométrie est similaire à celle des objets. Cette situation correspond, par exemple, au problème de l'extraction de houppiers en présence de prairies¹. Le résultat de l'extraction des objets est présenté à la figure 3(b). On constate que la bande a été pavée d'objets, ce qui entraîne de nombreuses fausses détections. En effet, l'énergie d'attache aux données s'avère fortement négative sur la région formée par la bande, qui est donc recouverte d'objets afin de minimiser l'énergie du modèle bayésien.

2. Approche détecteur

Une façon de dépasser les limitations imposées par les approches bayésiennes consiste à modéliser l'énergie externe à partir d'un terme détecteur, i.e. une fonction énergétique qui définit localement l'attache aux données. Dans ce cas, l'énergie externe $U_{\theta_d}^d$ associée à une configuration d'objets \mathbf{x} est obtenue comme la somme des termes d'attache aux données associés à chaque objet u de cette configuration :

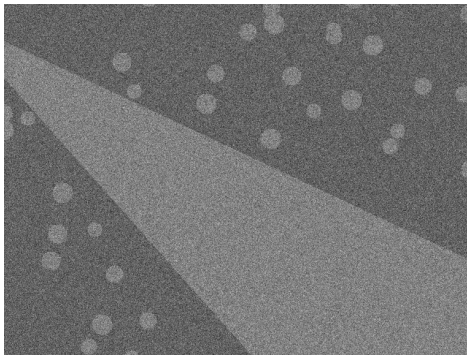
$$U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \gamma_d \sum_{u \in \mathbf{x}} U_d(u),$$

le paramètre γ_d représentant le poids de l'énergie externe.

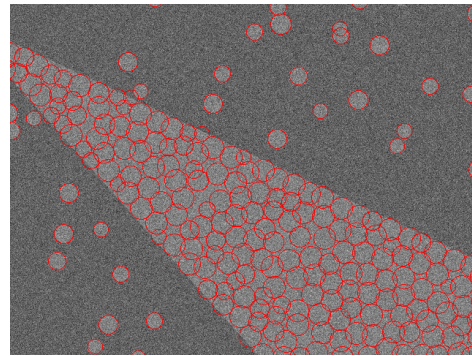
On considère, dans ce rapport, un modèle utilisé par Perrin (2006) et Descamps *et al.* (2007) respectivement pour la détection de houppiers et de flamants roses. On appelle ρ -frontière d'un objet u , notée $\mathcal{F}^\rho(u)$, les pixels extérieurs à l'objet qui sont situés à une distance inférieure à ρ du bord de l'objet. L'énergie d'attache d'un objet u s'écrit maintenant en fonction d'une distance statistique entre les distributions des niveaux de gris des pixels situés dans l'objet, ou dans sa ρ -frontière. La distance statistique considérée est alors la suivante :

$$d_B(u, \mathcal{F}^\rho(u)) = \left[\frac{(\mu_u - \mu_{\mathcal{F}})^2}{4\sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_{\mathcal{F}}^2}} - \frac{1}{2} \log \left(\frac{2\sqrt{\sigma_u^2 \sigma_{\mathcal{F}}^2}}{\sigma_u^2 + \sigma_{\mathcal{F}}^2} \right) \right], \quad (4)$$

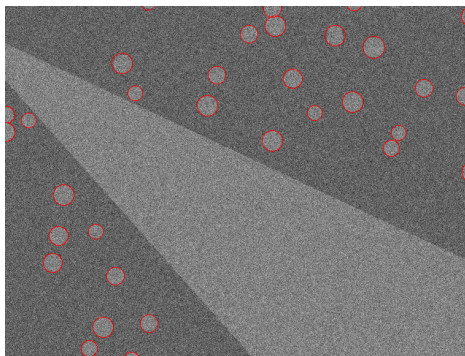
1. L'extraction de houppiers se fait, en général, à partir d'images acquises dans le proche infrarouge et pour lesquelles la radiométrie des différentes zones de végétation (houppiers, prairies, ...) peut être proche.



(a) Image synthétique (640×480 pixels) composée de 34 objets circulaires et d'une bande dont la radiométrie est similaire à celle des objets à extraire



(b) Modèle Bayésien : 223 objets détectés



(c) Modèle Détecteur : 33 objets détectés

FIGURE 3 – Limitation du modèle bayésien d'énergie d'attache aux données

où (μ_u, σ_u^2) et $(\mu_{\mathcal{F}}, \sigma_{\mathcal{F}}^2)$ désignent les moyennes et variances empiriques de l'objet u et de sa ρ -frontière² $\mathcal{F}^\rho(u)$. En pratique, la valeur du paramètre ρ est fixée à 1 ou 2 pixels³. L'intérêt d'une telle approche, par rapport aux approches bayésiennes, est de prendre en compte de manière forte les propriétés morphologiques des objets à détecter, puisque la distance utilisée pour calculer l'énergie externe est définie à partir du contour des objets de la configuration. Par conséquent, seuls les objets de l'image dont la forme est proche du modèle objet utilisé (cercle, ellipse,...) sont détectés. Ce résultat est confirmé par la détection présentée sur la figure 3(c), où seuls les objets quasi-circulaires sont détectés. Finalement, l'énergie d'attache d'un objet u a pour expression :

$$U_d(u) = \mathcal{Q}_d(d_B(u, \mathcal{F}_I^\rho(u))), \quad (5)$$

où $\mathcal{Q}_d(d_B) \in [-1, 1]$ est une fonction de qualité. Le rôle de cette fonction de qualité est d'attribuer une valeur négative aux objets "bien placés" et une valeur positive aux objets "mal placés", en les distinguant selon que la valeur de la distance statistique d_B est au-dessous ou au-dessus d'un seuil d_0 fixé. Cette fonction de qualité est définie de la manière suivante :

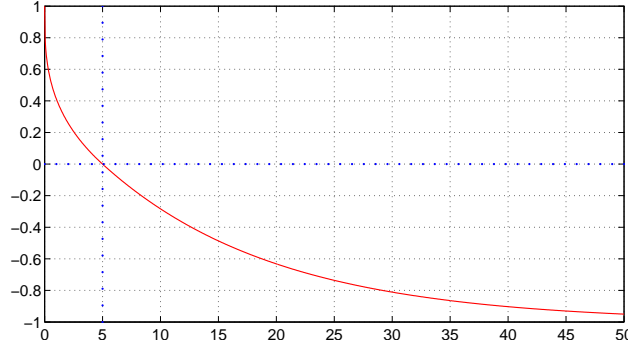
$$\mathcal{Q}_d(d_B) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d_B}{d_0}\right)^{\frac{1}{3}} & \text{si } d_B < d_0, \\ \exp\left(\frac{-(d_B - d_0)}{3d_0}\right) - 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le graphe associé à cette fonction de qualité est représenté Fig. 4 pour une valeur du seuil $d_0 = 5$. Ce graphe confirme le rôle prépondérant du paramètre d_0 , qui représente le seuil à partir duquel on accepte les objets :

- en deçà de ce seuil, i.e. si $d_B \leq d_0$, l'énergie d'attache aux données de l'objet est positive, et donc aucun objet ne doit être détecté,

2. On peut remarquer que la distance statistique ainsi définie est proche de l'expression de la distance de Bhattacharya entre deux lois gaussiennes indépendantes. Cependant, contrairement à la distance de Bhattacharya, cette distance est sensible aux changements d'échelle, et permet une meilleure détection des objets. En contrepartie, si l'on change la dynamique de l'image, les valeurs de cette distance seront différentes, et donc les valeurs ad-hoc des paramètres seront modifiées.

3. Afin de pouvoir correctement détecter les objets dans les zones denses, il est important de ne pas considérer une valeur trop grande du paramètre ρ , on choisira par exemple $\rho = 1$ pixel. Cependant pour des objets de "petite" taille, i.e. de l'ordre de la dizaine de pixels, on considérera une valeur du paramètre ρ plus élevée, par exemple $\rho = 2$ pixels, afin d'obtenir une ρ -frontière suffisamment importante, et donc un échantillon suffisamment large pour estimer correctement les propriétés statistiques de cette ρ -frontière.

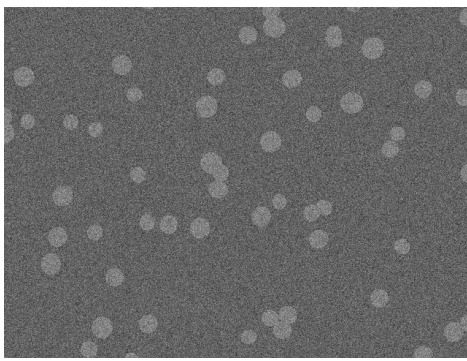
FIGURE 4 – Fonction de qualité du terme détecteur ($d_0 = 5$)

- au delà de ce seuil, i.e. si $d_B > d_0$, l'énergie d'attache aux données de l'objet est négative, et donc la présence d'un objet est favorisée. Prendre un seuil d_0 trop faible présenterait le risque d'accepter trop d'objets, et le prendre trop élevé de ne pas détecter tous les objets de l'image. Par ailleurs, le poids de l'énergie d'attache aux données γ_d est un autre paramètre crucial du modèle. En effet, prendre un poids trop élevé revient à négliger l'énergie interne (ie. l'a priori), alors que prendre un poids trop faible favorise de manière excessive l'a priori, au détriment de la qualité de la détection.

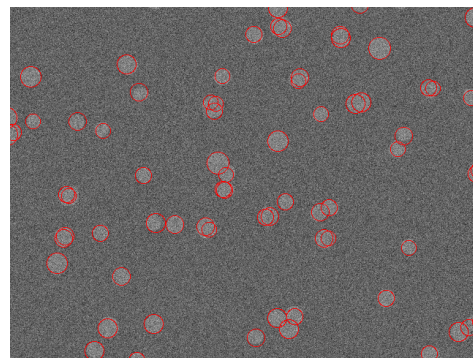
2.1.2 Énergie interne : a priori

L'introduction d'un a priori pour l'extraction des objets est justifiée par le fait que, pour les modélisations du problème direct considérées ci-dessus, le problème inverse est mal posé. La figure 5 illustre un résultat de détection en l'absence d'a priori, pour une énergie d'attache aux données bayésienne (Fig. 5(b)) ou détecteur (Fig. 5(c)). On constate des phénomènes d'agrégation des objets extraits autour des objets présents dans l'image. En effet, et comme on peut le constater sur les cartes d'attache aux données représentées sur la figure 2, la présence d'un objet dans l'image se traduit par un ensemble de configurations qui ont une énergie d'attache aux données négative dans le voisinage de cet objet. Afin d'estimer le nombre d'individus d'une population donnée (houppiers, flamants roses,...), il s'avère crucial de ne pas détecter plusieurs objets là où il n'en existe qu'un. Il est donc nécessaire d'introduire des contraintes sur la solution recherchée via une énergie interne au modèle.

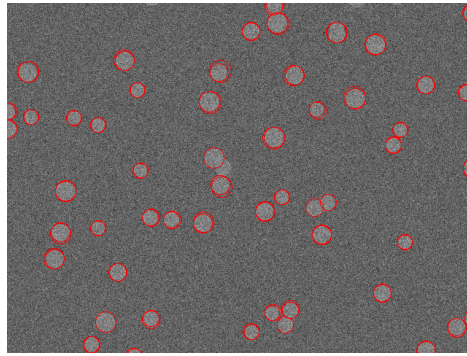
Afin de modéliser les interactions a priori entre les objets à extraire, on s'intéresse, dans ce chapitre, à un type précis de processus d'interaction entre les paires. Dans ce modèle, le processus ponctuel étudié est défini par rapport



(a) Image synthétique (640×480) composée de 60 objets quasi-circulaires



(b) Modèle bayésien (72 objets détectés)



(c) Modèle détecteur (104 objets détectés)

FIGURE 5 – Détection d'objets circulaires en l'absence d'énergie a priori

à la mesure de probabilité d'un processus de Poisson, homogène ou non. La mesure d'intensité, notée $\Lambda(\cdot)$, de ce processus de Poisson est normalisée sur l'image W à traiter : $\Lambda(W) = 1$. La densité non-normalisée du processus ponctuel est de la forme suivante :

$$h_{\beta, \gamma_p}(\mathbf{x}) = \beta^{n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p s(\mathbf{x})}, \quad (6)$$

où $n(\mathbf{x})$ est le nombre de points dans la configuration $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots)$, $s(\mathbf{x}) = \sum_{i < j} t(x_i, x_j)$ est le potentiel d'interaction et la fonction d'interaction $t(x_i, x_j) \in [0, 1]$ représente la proportion de recouvrement entre les deux objets x_i et x_j :

$$t(x_i, x_j) = \frac{\text{Aire}(x_i \cap x_j)}{\min(\text{Aire}(x_i), \text{Aire}(x_j))} \quad \forall 1 \leq i, j \leq n(\mathbf{x}). \quad (7)$$

La fonction d'interaction $t(x_i, x_j)$ est donc égale à 0 si les deux objets x_i et x_j ne s'intersectent pas, à 1 si un des deux objets est inclus dans l'autre, et $t(x_i, x_j) \in]0, 1[$ en cas d'intersection partielle.

Enfin $\beta > 0$ et $\gamma_p \geq 0$ sont les deux paramètres qui gouvernent le modèle. Au vu de cette densité, plusieurs remarques peuvent déjà être effectuées :

- lorsque $\gamma_p = 0$, il n'y a pas d'interaction entre les objets. Le processus ci-dessus se ramène alors à un processus ponctuel de Poisson dont la mesure d'intensité sur l'image W est égale à β ,
- lorsque $\gamma_p > 0$, le processus traduit une répulsion entre les objets qui s'intersectent. De plus, les configurations où les objets se recouvrent largement sont plus pénalisées que celles où les objets ne se recouvrent que faiblement,
- lorsque $\gamma_p \rightarrow +\infty$, le processus tend vers un processus qualifié de *hard core* : deux objets de la configuration ne peuvent pas s'intersecter,
- le cas $\gamma_p < 0$ correspond à un processus attractif. Dans nos applications, ce cas est sans intérêt. C'est pourquoi l'on se restreint au domaine des réels positifs $\gamma_p \geq 0$.
- le paramètre d'activité β est un paramètre d'échelle : changer le paramètre β en $\beta' = 1$ est équivalent à considérer la mesure d'intensité du processus de Poisson de référence suivante : $\Lambda'(\cdot) = \frac{1}{\beta} \Lambda(\cdot)$, où $\Lambda(\cdot)$ est la mesure d'intensité du processus de Poisson initial.

L'énergie interne du modèle se déduit finalement de la densité du processus ponctuel marqué en prenant l'opposé du logarithme de cette densité non normalisée :

$$U_{\theta_p}^p(\mathbf{x}) = -\log h_{\beta, \gamma_p}(\mathbf{x}) = -n(\mathbf{x}) \log \beta + \gamma_p s(\mathbf{x}).$$

2.1.3 Énergie totale et processus ponctuels marqués

L'énergie totale du modèle que l'on cherche alors à minimiser est obtenue en sommant les contributions des énergies interne et externe :

$$U_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + U_{\theta_p}^p(\mathbf{x}).$$

Afin d'estimer les paramètres des modèles obtenus, il est intéressant de remarquer que cette énergie peut définir un processus ponctuel marqué, de densité non normalisée :

$$h_{\theta}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = e^{-U_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{y})} = e^{-U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - U_{\theta_p}^p(\mathbf{x})}.$$

Par conséquent, trouver les paramètres qui minimisent l'énergie est équivalent à trouver les estimateurs qui maximisent la vraisemblance du processus ponctuel marqué. On est ramené au problème de l'estimation des paramètres d'un processus ponctuel marqué, la difficulté résidant dans le fait que la configuration \mathbf{x} des objets n'est pas connue.

1. Modèle détecteur

Lorsque l'énergie d'attache aux données est issue du modèle détecteur, on obtient l'expression suivante de la densité non normalisée du processus ponctuel marqué :

$$\begin{aligned} h_{\theta}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) &= e^{-U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \beta^{n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p s(\mathbf{x})}, \\ &= \beta^{n(\mathbf{x})} \prod_{i=1}^{n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_d U_{\theta_d}^d(x_i)} \prod_{1 \leq i, j \leq n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p t(x_i, x_j)}. \end{aligned} \quad (8)$$

On constate, à partir de l'équation (8) ci-dessus, que le processus obtenu se ramène à un processus classique d'interaction entre les paires (cf. Møller (1999)) :

- la fonction d'interaction $t(x_i, x_j)$ exprime la répulsion entre les objets introduite par l'a priori,
- la fonction d'activité $b_{\theta_d}(u; \mathbf{x}) = \beta e^{-\gamma_d U_{\theta_d}^d(u)}$ est directement liée à l'énergie d'attache aux données de l'objet u et dépend donc de la radiométrie de l'image observée \mathbf{y} .

Finalement, les paramètres du processus ponctuel marqué ainsi obtenu sont les suivants :

- ρ : paramètre pour calculer la silhouette des objets dans l'énergie d'attache aux données. En pratique, fixé à 1 ou 2 pixels,
- $\beta > 0$: paramètre d'activité du processus,

- $d_0 > 0$: seuil de la fonction de qualité afin de calculer l'énergie d'attache aux données,
- $\gamma_d \geq 0$: poids de l'énergie d'attache aux données,
- $\gamma_p \geq 0$: poids de l'énergie a priori.

Les paramètres qui devront être estimés par la suite sont donc $\boldsymbol{\theta} = (\beta, d_0, \gamma_d, \gamma_p)$.

2. Modèle bayésien

Dans le cas où l'énergie d'attache aux données provient du modèle bayésien, on obtient :

$$\begin{aligned} h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) &= e^{-U_{\boldsymbol{\theta}_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \beta^{n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p s(\mathbf{x})}, \\ &= \Pr_{\boldsymbol{\theta}_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \beta^{n(\mathbf{x})} \prod_{1 \leq i, j \leq n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p t(x_i, x_j)}, \end{aligned} \quad (9)$$

où $\Pr_{\boldsymbol{\theta}_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ est la vraisemblance de l'image, conditionnellement à la configuration \mathbf{x} , définie à l'équation (3). Contrairement au modèle détecteur, le processus obtenu n'est pas un processus d'interaction entre les paires. Il est, en effet, important de remarquer que la contribution d'un objet u au terme d'attache aux données dépend, bien sûr, de l'image observée \mathbf{y} mais également de tous les objets de la configuration \mathbf{x} du processus (si, par exemple, l'objet u est entièrement inclus dans un objet de la configuration $x_i \in \mathbf{x}$, l'ajout de l'objet u ne modifiera pas l'énergie d'attache aux données : la classification entre les pixels de la classe fond et l'objet reste inchangée). De plus, le terme d'attache aux données ne peut pas être factorisé en tant que produit des contributions de chaque paire.

Par ailleurs, il existe une grande disparité entre les valeurs moyennes des termes d'attache aux données obtenus selon le modèle bayésien ou détecteur. On peut constater ce phénomène sur les cartes d'attache aux données présentées en Fig. 2. Pour chaque objet, les énergies d'attache aux données sont bornées dans le cas détecteur, et appartiennent à l'intervalle $[-1, 1]$. Au contraire, l'énergie d'attache aux données n'est pas bornée dans le cas bayésien. De plus, l'ordre de grandeur de cette énergie est généralement très élevé et varie en fonction de la taille des objets à détecter et des propriétés statistiques de l'image. Cette caractéristique soulève des difficultés pratiques lors de l'extraction des objets. En effet, la recherche de la configuration qui minimise l'énergie du modèle est effectuée à l'aide d'un algorithme de recuit simulé. Or la plage de température T pour laquelle l'algorithme converge vers la solution dépend des valeurs moyennes de l'attache aux données. Dans le

modèle bayésien, cette plage de température est généralement très élevée (de l'ordre de $T = 1000$). Par conséquent, les températures utilisées doivent être calibrées pour chaque image, ce qui constitue un obstacle en vue d'une extraction automatique des objets. Au contraire, dans le cas du modèle détecteur, et pour des paramètres adéquats, la plage est toujours comprise autour de la température unité $T = 1$ (température pour laquelle le processus simulé dans le recuit correspond au processus du modèle). Afin de lever cette difficulté, une modification du modèle bayésien est proposée afin de normaliser, à l'instar du modèle détecteur, l'énergie d'attache aux données. Un poids, noté γ_d , est alors affecté à l'énergie d'attache aux données. La densité du processus étudié s'exprime alors comme :

$$\begin{aligned} h_{\theta}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) &= e^{-\gamma_d U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}|\mathbf{y})} \beta^{n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p s(\mathbf{x})}, \\ &= (\Pr_{\theta_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x}))^{\gamma_d} \beta^{n(\mathbf{x})} \prod_{1 \leq i, j \leq n(\mathbf{x})} e^{-\gamma_p t(x_i, x_j)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Il convient de remarquer que le modèle obtenu n'est plus un modèle "bayésien" puisque le nouveau terme d'attache aux données $(\Pr_{\theta_d}(\mathbf{y}|\mathbf{x}))^{\gamma_d}$ ne peut plus être interprété comme une distribution de probabilité dans le cas général où $\gamma_d \neq 1$. Par abus de langage, ce modèle sera pourtant toujours qualifié de bayésien dans la suite de ce rapport.

Finalement, les paramètres du processus ponctuel marqué ainsi obtenu sont les suivants :

- (μ_o, σ_o^2) et (μ_f, σ_f^2) : paramètres des lois gaussiennes qui modélisent, respectivement, la distribution des pixels de la classe objet et de la classe fond. Ces paramètres sont préalablement estimés à l'aide d'une classification de l'image entre ces deux classes (par exemple, à l'aide d'un algorithme de type *k-means* à deux classes),
- $\beta > 0$: paramètre d'activité du processus,
- $\gamma_d \geq 0$: poids de l'énergie d'attache aux données,
- $\gamma_p \geq 0$: poids de l'énergie a priori.

Les paramètres qui devront donc être estimés par la suite sont alors $\theta = (\beta, \gamma_d, \gamma_p)$.

2.2 Estimation des paramètres en données complètes

On s'intéresse, dans ce paragraphe, à l'estimation des paramètres des familles de processus décrits dans la partie précédente, la configuration \mathbf{x} des objets dans l'image \mathcal{W} étant inconnue. La difficulté majeure à surmonter provient du fait que le constante de normalisation $c(\theta)$ de la densité du

processus définie en (1) dépend des paramètres à estimer. Or le calcul de cette constante s'avère impossible d'un point de vue analytique, et très compliqué d'un point de vue numérique. Des méthodes d'estimation spécifiques doivent donc être considérées.

2.2.1 Pseudo-vraisemblance d'un processus ponctuel

Le concept de pseudo-vraisemblance se généralise au cas des processus ponctuels marqués. Pour une configuration d'objets \mathbf{x} donnée, on obtient alors l'expression suivante de la pseudo-vraisemblance :

$$PL(\theta; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left[\prod_{x_i \in \mathbf{x}} \lambda_\theta(x_i) \right] \exp \left\{ - \int_{\mathcal{W} \times \mathcal{M}} \lambda_\theta(u) \Lambda(du) \right\} \quad (11)$$

avec

$$\lambda_\theta(u) = \exp \left[-\alpha \left(U_\theta^d(u, \mathbf{y}) - \sum_{x_i \in \mathbf{x} | x_i \neq u} t(u, x_i) \right) \right], \quad (12)$$

où $\Lambda(\cdot)$ est la mesure de l'intensité du processus de Poisson de référence. Différents schémas d'intégration peuvent finalement être employés afin d'obtenir, à partir de l'équation (11), une expression numérique de la pseudo-vraisemblance (cf. Baddeley et Turner (2000)).

2.2.2 Approximation de l'algorithme Expectation-Maximization (EM)

Lorsque la configuration \mathbf{x} des objets est inconnue, il n'est pas possible d'obtenir une expression analytique explicite de la vraisemblance $f_\theta(\mathbf{y})$ ou de la pseudo-vraisemblance associée aux seules observations \mathbf{y} . Des algorithmes de type EM qui exploitent la connaissance dont on dispose sur la vraisemblance étendue $f_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, i.e. la vraisemblance jointe des données observées \mathbf{y} et des données manquantes \mathbf{x} , offre des alternatives intéressantes. Cependant, chaque itération de l'algorithme EM nécessiterait de calculer l'espérance suivante :

$$Q(\theta, \theta^k; \mathbf{y}) = E_{\theta^k} [\log f_\theta(X, Y) | Y = \mathbf{y}]. \quad (13)$$

Puisque la constante de normalisation $c(\theta)$ n'est pas connue, ce calcul s'avère impossible. On considère donc une approximation stochastique de l'algorithme EM proposée dans Delyon *et al.* (1999) sous le nom SAEM. De plus, nous proposons dans ce travail d'approcher la densité $f_\theta(\mathbf{x}|\mathbf{y})$, dont la

constante de normalisation est inconnue, par la pseudo-vraisemblance. Cette approximation est motivée par, au moins, deux raisons : a) pour une configuration \mathbf{x} donnée, la pseudo-vraisemblance est une fonction d'inférence proche de la vraisemblance (la pseudo-vraisemblance correspond, par exemple, à la vraisemblance dans le cas d'un processus de Poisson), b) dans le cas des données complètes, les estimateurs du maximum de vraisemblance et de pseudo-vraisemblance ont des performances similaires pour les processus qui nous intéressent. Chaque itération de l'algorithme ainsi obtenu, se décompose alors en trois étapes :

- 1) Simulation d'une configuration $\mathbf{x}^{(k)}$ conditionnellement aux observations \mathbf{y} , et selon le processus de paramètre $\boldsymbol{\theta}^k$,
- 2) Calcul de l'estimateur :

$$\hat{Q}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) = \hat{Q}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^{k-1}; \mathbf{y}) + a_k \left(\log PL(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{y}) - \hat{Q}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^{k-1}; \mathbf{y}) \right)$$

où a_k est une suite positive telle que $\sum_{k>0} a_k = +\infty$ et $\sum_{k>0} a_k^2 < +\infty$ (en pratique, on choisit la suite $a_k = 1/k$),

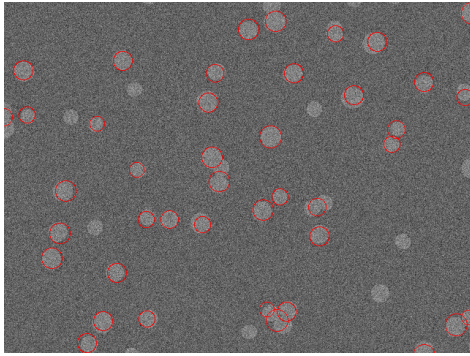
- 3) Maximisation : $\boldsymbol{\theta}^{k+1} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \hat{Q}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y})$.

2.3 Simulations

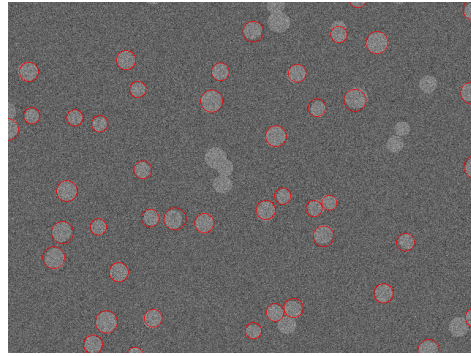
Las des simulations, on se limite à l'estimation du paramètre de pondération $\boldsymbol{\theta} \equiv \alpha$ de l'énergie du modèle. La valeur de ce paramètre, qui est homogène à l'inverse d'une température, est déterminante lors de l'extraction des objets. En effet, en l'absence de pondération (i.e. $\alpha = 1$), la plage de températures pour lesquelles l'algorithme de recuit simulé permet d'extraire les données est fortement dépendante de l'image traitée et de l'énergie d'attache aux données utilisée. L'estimation de ce paramètre permet ainsi de s'affranchir de l'étape de calibration manuelle des températures, la plage pouvant être normalisée autour de la température unité, $T_{\max} = 2$ et $T_{\min} = 0.1$ dans ces simulations. On considère une image synthétique présentée en Fig. 5(a) et composée de 60 objets de formes quasi-circulaires. Les objets du processus sont de formes circulaires et représentés sur les figures par des cercles rouges. Les figures 6(a) et 6(b) représentent les résultats de l'estimation du paramètre α pour respectivement l'énergie d'attache aux données bayésienne ($\hat{\alpha} = 7.2 \times 10^{-4}$) et celle détecteur ($\hat{\alpha} = 37.9345$). On peut noter la grande disparité entre les deux estimées, due aux différences de dynamique entre les deux modèles d'attache aux données. On peut également remarquer que les configurations simulées au cours de l'estimation SAEM sont déjà proches de la configuration optimale. Finalement, les résultats d'extraction des objets

sont obtenus après recuit simulé à partir des estimées du paramètre α , et sont représentés en Fig. 6(c) dans le cas bayésien et en Fig. 6(d) dans le cas détecteur. Tous les objets, hormis ceux situés quasiment hors de l'image, sont correctement extraits.

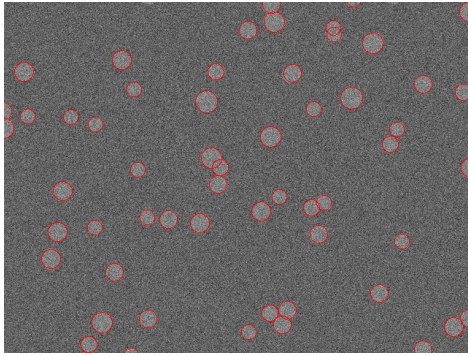
Ces résultats illustrent l'intérêt de la méthode d'estimation proposée. Par ailleurs, cette méthode pourrait être appliquée à d'autres paramètres du modèle, en introduisant des lois statistiques a priori sur la distribution des paramètres à estimer.



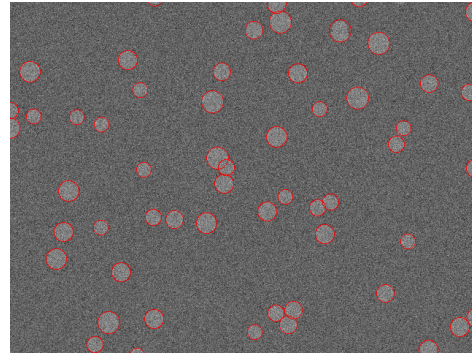
(a) Modèle bayésien : $\hat{\alpha} = 0.00072$, 3 itérations de l'algorithme SAEM



(b) Modèle détecteur : $\hat{\alpha} = 37.9345$, 6 itérations de l'algorithme SAEM



(c) Modèle détecteur : 57 objets détectés



(d) Modèle bayésien : 58 objets détectés

FIGURE 6 – Estimation SAEM et extraction des objets par recuit simulé à partir des estimés du paramètre α

3 Estimation des paramètres en données incomplètes

On s'intéresse, dans cette partie, à l'estimation des paramètres des familles de processus décrits dans la partie 2 précédente, la configuration \mathbf{x} des objets dans l'image W étant inconnue.

Une première difficulté rencontrée dans ce cas réside dans le fait qu'il n'existe pas d'expression explicite de la vraisemblance des observations (la radiométrie \mathbf{y} de l'image), notée $f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{y})$. L'idée des méthodes d'estimation décrites dans cette partie consiste à exploiter la connaissance dont on dispose sur la vraisemblance étendue, i.e. la vraisemblance jointe des données observées \mathbf{y} (la radiométrie de l'image) et des données manquantes \mathbf{x} (la configuration du processus que l'on cherche à extraire), notée $f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

En outre, comme dans le cas des données complètes, une difficulté majeure à surmonter provient du fait que seules les densités non normalisées, notées $h_{\boldsymbol{\theta}}(\cdot)$, des processus ponctuels étudiés sont connues sous forme explicite. Or la constante de normalisation associée à chaque densité non normalisée dépend des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ que l'on cherche à estimer. Puisque le calcul de la fonction de normalisation $\boldsymbol{\theta} \in \Theta \mapsto c(\boldsymbol{\theta})$ s'avère, la plupart du temps, impossible d'un point de vue analytique et très compliqué d'un point de vue numérique, des méthodes d'estimation adéquates doivent être considérées.

Dans la suite, $h_{\boldsymbol{\theta}}(\cdot)$ désignera la densité non normalisée, $\boldsymbol{\theta} \in \Theta \mapsto c(\boldsymbol{\theta})$ la fonction de normalisation associée, et $f_{\boldsymbol{\theta}}(\cdot) = \frac{1}{c(\boldsymbol{\theta})} h_{\boldsymbol{\theta}}(\cdot)$ la densité normalisée correspondante.

3.1 Maximum de Vraisemblance par méthode de Monte Carlo par Chaînes de Markov (MVMCMC)

Les méthodes d'approximation par MCMC de la vraisemblance des processus ponctuels s'étendent aisément au cas des données incomplètes.

3.1.1 Principe

On désigne par μ la mesure de probabilité du processus de Poisson de référence, et par ν la mesure de probabilité associée aux observations \mathbf{y} . Dans ces méthodes d'approximation par MCMC de la vraisemblance, plutôt que de considérer directement la log-vraisemblance, on considère de manière équivalente le logarithme du rapport entre la vraisemblance pour le paramètre courant $\boldsymbol{\theta}$ et la vraisemblance pour un paramètre $\boldsymbol{\psi} \in \Theta$ fixé. En effet, dans le cas général d'une densité non normalisée $h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{z})$, le rapport des constantes

de normalisation peut s'exprimer simplement en fonction de l'espérance du ratio des densités non normalisées :

$$\begin{aligned} \log \frac{c(\boldsymbol{\theta})}{c(\boldsymbol{\psi})} &= \frac{1}{c(\boldsymbol{\psi})} \int h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{z}) \mu(d\mathbf{z}) = \frac{1}{c(\boldsymbol{\psi})} \int \frac{h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{z})}{h_{\boldsymbol{\psi}}(\mathbf{z})} h_{\boldsymbol{\psi}}(\mathbf{z}) \mu(d\mathbf{z}) \\ &= \int \frac{h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{z})}{h_{\boldsymbol{\psi}}(\mathbf{z})} f_{\boldsymbol{\psi}}(\mathbf{z}) \mu(d\mathbf{z}) = E_{\boldsymbol{\psi}} \left[\frac{h_{\boldsymbol{\theta}}(Z)}{h_{\boldsymbol{\psi}}(Z)} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Dans le cas des données incomplètes, la constante de normalisation associée à la vraisemblance des observations $f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{y})$ peut s'écrire sous la forme :

$$c(\boldsymbol{\theta}) = \int \int h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mu(d\mathbf{x}) \nu(d\mathbf{y}).$$

De même, la constante de normalisation associée à la densité conditionnelle des données manquantes \mathbf{x} étant données les observations \mathbf{y} , notée $f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$, peut s'exprimer comme :

$$c(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \int h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mu(d\mathbf{x}).$$

La vraisemblance des observations a donc pour expression :

$$f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{y}) = \frac{1}{c(\boldsymbol{\theta})} \int h_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mu(d\mathbf{x}) = \frac{c(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})}{c(\boldsymbol{\theta})},$$

et le ratio des log-vraisemblances s'exprime alors comme :

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \log \frac{c(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})}{c(\boldsymbol{\psi}|\mathbf{y})} - \log \frac{c(\boldsymbol{\theta})}{c(\boldsymbol{\psi})}.$$

A l'aide de l'équation (14), on obtient finalement :

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \log E_{\boldsymbol{\psi}} \left[\frac{h_{\boldsymbol{\theta}}(X, Y)}{h_{\boldsymbol{\psi}}(X, Y)} \middle| Y = \mathbf{y} \right] - \log E_{\boldsymbol{\psi}} \left[\frac{h_{\boldsymbol{\theta}}(X, Y)}{h_{\boldsymbol{\psi}}(X, Y)} \right]. \quad (15)$$

Comme dans le cas des données complètes, cette expression conduit à utiliser le principe d'échantillonnage préférentiel (**importance sampling** en anglais, cf. Robert (1996); Casella et Robert (1999)) afin d'approcher chaque espérance. Cette approximation se décompose en deux étapes :

- 1) simulation d'un nombre n de réalisations du processus de paramètre $\boldsymbol{\psi}$ par rapport auquel on cherche à calculer l'espérance,
- 2) approximation de l'espérance théorique par la moyenne empirique obtenue pour les n réalisations.

L'espérance de gauche dans l'expression (15), i.e. l'espérance conditionnelle, est donc approchée par Monte-Carlo en simulant les données cachées \mathbf{x} conditionnellement aux observations \mathbf{y} . Cette simulation peut se faire à l'aide d'une méthode MCMC de type Metropolis-Hastings-Green (Green (1995); Robert (1996)) puisque l'expression de la densité non normalisée jointe $h_{\psi}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ est connue. L'espérance de droite dans l'expression (15) est, quant à elle, approchée en simulant conjointement les observations \mathbf{x} et les données manquantes \mathbf{y} . Finalement, les estimateurs des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ du modèle sont obtenus en maximisant l'approximation ainsi obtenue de la vraisemblance.

3.1.2 Limitations

Cette méthode a été utilisée avec succès dans le cas de l'interpolation ou de l'extrapolation de processus ponctuels (Geyer (1999); van Lieshout et Baddeley (2002)). Dans ce cas, les données cachées correspondent à la configuration des objets sur une région de l'image, les données observées correspondant à la configuration des objets sur le reste de l'image. Ce type d'algorithme permet ainsi d'estimer les paramètres d'interaction du processus considéré dans sa totalité.

Cependant, le cas qui nous intéresse, i.e. l'extraction d'objets, se révèle être plus complexe. En effet, les données observées ne correspondent pas à une configuration du processus sur une zone de l'image, mais se limitent à la radiométrie de l'image. Par conséquent, afin d'estimer par une technique de Monte-Carlo l'espérance de droite dans l'expression (15), il s'avère nécessaire de simuler conjointement une configuration \mathbf{x} et la radiométrie \mathbf{y} associée. Outre les inconvénients majeurs inhérents aux méthodes MVMCMC, on se heurte alors à des difficultés rédhibitoires. Tout d'abord, simuler la radiométrie nécessite de disposer d'une modélisation probabiliste du problème direct. Ceci peut être fait en considérant, par exemple, le modèle (3) présenté au paragraphe 2.1.1 dans le cadre bayésien. Mais surtout, si le modèle probabiliste ainsi utilisé s'avère suffisant pour extraire les objets dans l'image, il demeure néanmoins trop grossier pour estimer les paramètres. Mis à part le cas d'images synthétiques simulées selon le modèle probabiliste du problème direct⁴, les données ainsi simulées auront, effectivement, des statistiques bien différentes de celles observées dans l'image. Par conséquent, les statistiques des ratio qui interviennent respectivement dans chaque espérance de l'équation (15) ne concordent pas, ce qui empêche toute convergence de l'algorithme

4. Même dans ce cas, les statistiques des deux ratio dans (15) sont sensiblement différentes. La configuration \mathbf{x} simulée à partir de l'image observée \mathbf{y} n'est jamais parfaitement ajustée sur les objets de l'image, contrairement au cas où l'on simule les observations \mathbf{y} à partir d'une configuration \mathbf{x} .

d'optimisation (en réalité, l'algorithme converge vers un jeu de paramètres pour lequel la configuration extraite est vide). À moins de disposer d'un modèle probabiliste du problème direct⁵ réaliste, ou de travailler sur des images pré-traitées pour lesquelles le modèle (3) est acceptable, cette constatation nous pousse à abandonner ces méthodes au profit d'autres types de méthodes d'estimation.

3.2 Algorithmes d'Espérance-Maximisation et Pseudo-Vraisemblance

Une alternative aux méthodes d'approximation de la vraisemblance présentées précédemment est offerte par les algorithmes de type Espérance-Maximisation, ou **Expectation-Maximization** en anglais (EM). Ce font des méthodes, souvent performantes et simples à mettre en œuvre, afin de déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance dans le cas de données incomplètes.

3.2.1 Principe

L'algorithme EM, introduit par Dempster *et al.* (1977), est une procédure itérative qui permet de déterminer les Estimateurs du Maximum de Vraisemblance (EMV) dans le cas de données incomplètes. Chaque itération se décompose en deux étapes :

$$\text{Espérance (E) : calcul de } Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) = E_{\boldsymbol{\theta}^k} [\log f_{\boldsymbol{\theta}}(X, Y) | Y = \mathbf{y}], \quad (16)$$

$$\text{Maximisation (M) : } \boldsymbol{\theta}^{k+1} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) \quad (17)$$

où $\boldsymbol{\theta}^k$ désigne la valeur courante à l'itération k du paramètre $\boldsymbol{\theta}$ que l'on cherche à estimer. Il est possible de montrer que chaque itération permet d'augmenter la vraisemblance et que l'algorithme converge vers un maximum local de la vraisemblance (Dempster *et al.* (1977)). L'algorithme EM possède quelques limitations bien connues :

- cet algorithme ne converge que vers un maximum local de la vraisemblance, alors que l'EMV correspond au maximum global de cette vraisemblance. Par conséquent, le choix du point de départ $\boldsymbol{\theta}^0$ de l'algorithme est crucial.
- la vitesse de convergence de l'algorithme peut être très faible.

5. Dans ce cas, le modèle devrait être spécifique à l'image à traiter, ce qui empêcherait d'obtenir des algorithmes d'extraction non-supervisés pour tout type d'image.

En outre, un inconvénient plus important pour le problème qui nous intéresse, est qu'il n'est, bien sûr, pas possible d'obtenir une expression analytique explicite de l'espérance (16). Ceci nous amène à considérer des variantes stochastiques de l'algorithme EM.

3.2.2 Version stochastique de l'algorithme EM (SEM)

La version stochastique de l'algorithme EM qui semble la plus naturelle consiste à approcher l'espérance (16) par une méthode de Monte-Carlo. Cette variante a été proposée et étudiée par Wei et Tanner (1990), et est répertoriée dans la littérature sous le nom d'algorithme de "Monte-Carlo Expectation-Maximization" (MCEM). Le calcul de l'étape E s'effectue alors de la manière suivante :

- 1) simulation de n configurations $\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}$, conditionnellement aux observations \mathbf{y} , et selon le processus de paramètre $\boldsymbol{\theta}^k$,
- 2) Calcul, pour chaque configuration $\mathbf{x}^{(i)}$, du logarithme des vraisemblances jointes $\log f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{y})$ et approximation de l'espérance théorique par la moyenne empirique obtenue pour les n réalisations.

Cet algorithme a été exploité dans le domaine de la géométrie stochastique afin, notamment, de répondre au problème d'interpolation ou d'extrapolation présenté brièvement au début de la partie 3.1.2 (Gelfand et Carlin (1993); Delyon *et al.* (1999); van Lieshout et Baddeley (2002)). On peut remarquer que cette méthode est proche de la méthode MVMCMC présentée au paragraphe précédent 3.1. Elle présente, cependant, l'avantage important pour notre problème de ne pas nécessiter la simulation des données observées \mathbf{y} . Cette méthode comporte, néanmoins, un inconvénient majeur lié au coût calculatoire engendré par la simulation de n réalisations et par le calcul ou l'approximation de la vraisemblance pour chacune de ces configurations.

Afin de pallier ces difficultés calculatoires, une autre version stochastique de l'EM, répertoriée dans la littérature sous le nom de "Stochastic Expectation-Maximization" (SEM), est étudiée dans ce rapport. L'idée de cet algorithme, introduit par Celeux et Diebolt (1985), est de remplacer le calcul de l'espérance (16) par le calcul, beaucoup plus simple, de la log-vraisemblance $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) = \log f_{\boldsymbol{\theta}^k}(\mathbf{x}^k, \mathbf{y})$ où la configuration \mathbf{x}^k a été simulée, conditionnellement aux observations \mathbf{y} , selon le processus de paramètres $\boldsymbol{\theta}^k$. L'algorithme SEM est donc un cas particulier de l'algorithme MCEM lorsque le nombre de simulation est fixé à $n = 1$. Outre les avantages calculatoires de cette méthode, l'algorithme SEM présente un avantage théorique important. En effet, l'aspect stochastique de la méthode permet de s'affranchir de certaines limitations de l'algorithme EM en évitant, dans certains cas,

de converger vers des maxima locaux de la vraisemblance. C'est pourquoi, dans une étude comparative théorique et pratique des différentes versions stochastiques d'EM, Celeux *et al.* (1995) préconisent l'utilisation de l'algorithme SEM. Finalement, l'étape M de l'algorithme est inchangée et consiste à maximiser la quantité $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) = \log f_{\boldsymbol{\theta}^k}(\mathbf{x}^k, \mathbf{y})$. Néanmoins, seule la densité non-normalisée $h_{\boldsymbol{\theta}^k}(\mathbf{x}^k, \mathbf{y})$ est connue de manière explicite. Or la fonction de normalisation $\boldsymbol{\theta} \mapsto c(\boldsymbol{\theta})$ dépend des paramètres que l'on cherche à estimer. Par conséquent, il est primordial de connaître cette fonction de normalisation afin de maximiser, lors de l'étape M, la quantité $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y})$. Aussi est-il nécessaire d'approcher la vraisemblance par une quantité dont on connaît une expression analytique afin de pouvoir estimer les paramètres $\boldsymbol{\theta}$ par une méthode de type SEM.

3.2.3 Approximation de la vraisemblance par la pseudo-vraisemblance

Dans ce travail, on décide d'approcher la vraisemblance par la pseudo-vraisemblance dans l'étape E. Cette approximation est motivée par, au moins, deux raisons :

- 1) pour une configuration \mathbf{x} donnée, la pseudo-vraisemblance est une fonction d'inférence proche de la vraisemblance (la pseudo-vraisemblance correspond, par exemple, à la vraisemblance dans le cas d'un processus de Poisson),
- 2) dans le cas des données complètes, les EMV et les Estimateurs du Maximum de Pseudo-Vraisemblance (EMPV) ont des performances similaires pour les processus qui nous intéressent.

Le calcul de la pseudo-vraisemblance d'un processus ponctuel marqué est donné en annexe A. Pour une configuration \mathbf{x} donnée, \mathbf{y} désignant la radiométrie de l'image observée, on trouve :

$$PL_W(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left[\prod_{x_i \in \mathbf{x}} \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(x_i; \mathbf{x}, \mathbf{y}) \right] \exp \left\{ - \int_W \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(u; \mathbf{x}, \mathbf{y}) \Lambda(du) \right\}, \quad (18)$$

où $\Lambda(\cdot)$ est la mesure de l'intensité du processus de Poisson de référence, W est le pavé qui correspond à l'image et $\lambda_{\boldsymbol{\theta}}(\cdot)$ désigne l'intensité de Papangelou dont la définition est rappelée à l'équation (52). Pour les modèles de processus étudiés, on obtient :

$$\lambda_{\boldsymbol{\theta}}(u; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \beta \exp \left(-\gamma_d U_d(u) - \gamma_p \sum_{x_i \in \mathbf{x} | x_i \neq u} t(u, x_i) \right), \quad (19)$$

où $t(\cdot, \cdot)$ est la fonction d'interaction définie à l'équation (7), et $U_d(u)$ est l'énergie de détection associée à l'objet u . Dans le cas du modèle d'attache aux données détecteur, cette énergie est définie à l'équation (5). Dans le cas de l'attache aux données bayésienne, cette énergie se déduit simplement de la vraisemblance des pixels de l'objet u qui n'appartiennent pas aux autres objets de la configuration \mathbf{x} :

$$U_d(u) = \sum_{i \in u | i \notin \mathcal{C}_o(\mathbf{x} \setminus \{u\})} \left[\log \left(\frac{\sigma_o}{\sigma_f} \right) + \frac{(y_i - \mu_o)^2}{\sigma_o^2} - \frac{(y_i - \mu_f)^2}{\sigma_f^2} \right],$$

$\mathcal{C}_o(\mathbf{x} \setminus \{u\})$ désignant les pixels qui appartiennent à la configuration d'objets \mathbf{x} privée de l'objet u (si u est un objet de la configuration \mathbf{x}), (μ_o, σ_o^2) et (μ_f, σ_f^2) étant la moyenne et la variance des lois gaussiennes qui modélisent respectivement la classe objet et la classe fond.

Au vu des équations (18) et (19), la principale difficulté dans le calcul de la pseudo-vraisemblance réside dans le calcul de sa fonction de normalisation :

$$z(\theta) = \exp \left\{ - \int_W \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) du \right\}, \quad (20)$$

Ce calcul peut alors être effectué à l'aide d'une intégration numérique sur l'image W . Il est important de noter que, dans le cas du modèle détecteur, la contribution du terme d'attache aux données peut être pré-calculée une fois pour toute, puisque l'énergie externe dépend uniquement de la radiométrie de l'image \mathbf{y} . Seul le terme a priori doit alors être recalculé à chaque itération de l'algorithme SEM afin de calculer la constante $z(\theta)$. Ce n'est pas le cas du modèle bayésien, où la contribution de l'attache aux données dépend de la configuration courante du processus, et doit donc être recalculée à chaque itération.

L'algorithme Stochastique d'Estimation-Maximisation ainsi obtenu est le suivant :

$$\text{Étape S :} \quad \text{Simulation de } \mathbf{x}^k \sim f_{\theta^k}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) \quad (21)$$

$$\text{Étape E :} \quad \text{Calcul de } Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) = \log PL_W(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{y}), \quad (22)$$

$$\text{Étape M :} \quad \boldsymbol{\theta}^{k+1} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) \quad (23)$$

En raison de l'approximation stochastique effectuée à l'étape E, chaque itération ne produit pas forcément une augmentation de la vraisemblance du modèle. Les premières simulations effectuées ont ainsi mis en évidence le fait que l'algorithme peut converger vers la solution triviale où la configuration simulée est la configuration vide ; malgré les bonnes propriétés théoriques

de l'algorithme SEM, qui permet justement d'éviter, dans certains cas, les maxima locaux. Afin d'éviter cet écueil, il est nécessaire de favoriser les itérations qui augmentent la vraisemblance du modèle. C'est pourquoi un algorithme de recuit simulé est utilisé dans l'étape M de maximisation. L'étape M est alors modifiée de la manière suivante :

$$\text{Étape M : } \boldsymbol{\theta}^{k+1} = \begin{cases} \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y}) & \text{avec une probabilité } e^{\frac{Q^{k+1} - Q^k}{T_k}}, \\ \boldsymbol{\theta}^k & \text{sinon,} \end{cases} \quad (24)$$

où $Q^{k+1} = \max_{\boldsymbol{\theta}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^k; \mathbf{y})$ et T_k désigne la température utilisée dans le recuit. Cette température décroît de manière logarithmique $T_k = \frac{T_0}{\log(k+1)}$ afin d'assurer la convergence du recuit simulé. C'est finalement cette nouvelle variante de l'algorithme SEM qui est utilisée dans la suite de ce rapport afin d'estimer les paramètres.

3.3 Simulations

Dans ce paragraphe, la mesure de Poisson de référence est celle d'un processus ponctuel de Poisson non-homogène, telle que la mesure d'intensité sur l'image W soit normalisée $\Lambda(W) = 1$. Afin d'accélérer la convergence des méthodes de simulation utilisées pour extraire les objets, il est important que le processus de référence soit le plus proche possible du processus simulé. La mesure d'intensité Λ du processus de Poisson de référence est donc déterminée à partir d'un pré-calcul de cartes d'attache aux données, ou plus simplement à partir de l'image à traiter (afin de favoriser la présence des objets dans les zones de radiométrie élevée) débruitée par une convolution avec un noyau uniforme de quelques pixels de rayon.

Les paramètres $\boldsymbol{\theta}$ à estimer sont :

- $\beta > 0$: paramètre d'activité du processus,
- $\gamma_d \geq 0$: poids de l'énergie d'attache aux données,
- $\gamma_p \geq 0$: poids de l'énergie a priori,

auxquels se rajoute, dans le modèle détecteur, le seuil d_0 utilisé pour calculer l'énergie d'attache aux données.

3.3.1 Identifiabilité des paramètres

Les premières simulations et estimations permettent d'effectuer plusieurs constats.

Tout d'abord, l'influence du paramètre d'activité β sur le processus s'avère redondante avec celle du poids de l'attache aux données γ_d . En effet, une

baisse de la valeur du paramètre β peut être compensée par une augmentation du poids γ_d , le processus ainsi obtenu étant très proche du processus précédent. Par conséquent, les deux paramètres β et γ_d sont difficilement identifiables conjointement, et l'algorithme d'estimation ne converge pas (en pratique, l'algorithme tend vers les valeurs limites où $\beta \rightarrow 0$ et $\gamma_d \rightarrow +\infty$). Puisque le rôle du paramètre β est redondant avec le paramètre γ_d , on décide, par la suite, de fixer ce paramètre⁶. Le choix de la valeur du paramètre β n'a alors que peu d'importance, puisque cette valeur sera compensée par la valeur estimée du paramètre γ_d .

Une autre constatation, plus fondamentale, est que l'estimation du poids de l'énergie a priori γ_p pose problème. En effet, l'estimation de ce paramètre converge invariablement vers la valeur nulle $\hat{\gamma}_p = 0$. Pour cette valeur, l'énergie a priori est totalement négligée, seule l'énergie d'attache aux données étant prise en compte. Ceci aboutit à des résultats d'extraction similaires à ceux exposés aux figures 5(b) et 5(c), plusieurs objets pouvant être détectés aux endroits où un objet est présent dans l'image. Ceci illustre le fait que, dans ces problèmes mal posés d'extraction, l'image n'apporte pas, ou pas suffisamment, d'information sur les paramètres de l'énergie a priori. Par conséquent, la solution qui minimise l'énergie du modèle est obtenue en s'affranchissant des contraintes de l'a priori. Puisque l'image n'apporte pas l'information suffisante à l'estimation des paramètres de l'a priori, il s'avère nécessaire de modifier le modèle afin d'introduire un a priori plus fort.

3.3.2 Modification de l'énergie a priori

Une manière naturelle pour introduire de l'information sur les paramètres à estimer consiste à poser un a priori statistique sur ces paramètres. Ceci aboutirait à un modèle hiérarchique, les paramètres de l'énergie a priori étant eux-mêmes gouvernés par des lois a priori. Cependant, le choix de ces lois a priori est crucial. Dans le cas qui nous intéresse, on cherche à empêcher les configurations où des objets se superposent presque entièrement, tout en autorisant les configurations où les objets ne se recouvrent que légèrement. Une loi a priori acceptable pour le poids de l'énergie a priori γ_p devrait donc favoriser fortement les valeurs du poids γ_p qui correspondent à cette situation. Définir cette loi a priori nécessite, par conséquent, d'avoir une idée assez précise de ces valeurs. Or, ces valeurs dépendent, bien évidemment, de l'énergie a priori, mais également de l'énergie d'attache aux données et du

6. Le choix inverse, i.e. fixer le poids de l'attache aux données γ_d et estimer le paramètre d'activité β , n'est pas possible. En effet, le paramètre γ_d a une influence sur l'activité du processus, mais également sur la localisation des objets. Fixer ce paramètre reviendrait donc à ne pas correctement prendre en compte l'énergie d'attache aux données.

poids γ_d de cette énergie. Cette remarque illustre les limitations d'une telle approche :

- la loi a priori devrait tenir compte de la corrélation entre les deux poids γ_d et γ_p afin de favoriser les configurations jugées “acceptables”,
- les paramètres de la loi a priori dépendent de l'attache aux données, donc de la radiométrie de l'image observée \mathbf{y} , et nécessitent alors d'être estimés à partir de l'image \mathbf{y} . C'est justement ce type de problème que l'on cherche à résoudre dans ce rapport !

Finalement, chacune de ces deux limitations s'avère rédhibitoire pour notre problème. C'est pourquoi, il est nécessaire de modifier le modèle a priori afin d'introduire directement une information plus forte sur les configurations recherchées.

Intuitivement, il est facile de déterminer les configurations jugées acceptables ou non :

- une configuration non-acceptable correspond au cas où des objets se recouvrent “trop”,
- une configuration acceptable correspond au cas où les objets de la configuration ne s'intersectent pas, ou ne s'intersectent que “faiblement”.

Afin de traduire ces propriétés dans l'a priori du modèle, un processus d'interaction entre les paires de type **hard core** est proposé. On note :

$$A(x_i, x_j) = \frac{\text{Aire}(x_i \cap x_j)}{\min(\text{Aire}(x_i), \text{Aire}(x_j))}$$

la proportion d'intersection entre les deux objets x_i et x_j . Le processus est alors défini par l'énergie $U_{\gamma_d}^p(\mathbf{x}) = \sum_{1 \leq i \neq j \leq n(\mathbf{x})} t_s(x_i, x_j)$ où :

$$t_s(x_i, x_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } A(x_i, x_j) < s \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (25)$$

Ici le seuil $s \in [0, 1]$ correspond à la proportion d'intersection maximale entre les objets de la configuration. Dans ce processus **hard core**, toute configuration \mathbf{x} pour laquelle deux objets x_i et x_j ont un taux de recouvrement supérieur à s est interdite (puisque $t_s(x_i, x_j) = +\infty$). Au contraire, les configurations pour lesquelles le taux de recouvrement entre toutes les paires d'objets est inférieur à ce seuil s ne sont pas du tout pénalisées⁷ (puisque $t_s(x_i, x_j) = 0$ pour tout $1 \leq i \neq j \leq n(\mathbf{x})$). Le paramètre s représente maintenant le nouveau paramètre de l'énergie a priori. Les valeurs limites de ce paramètre correspondent au cas particuliers suivants :

7. Dans le cas d'un recouvrement, la configuration est déjà naturellement pénalisée. Considérons, en effet, deux objets présents dans l'image. Si ces deux objets se recouvrent, le terme d'attache aux données associé à ces deux objets sera plus faible (énergie supérieure) que celui obtenu si les objets ne se recouvraient pas (toutes choses égales par ailleurs) :

- $s = 0$: aucune configuration n'est pénalisée. Ceci revient à ne pas tenir compte de l'a priori.
- $s = 1$: toute intersection entre deux objets de la configuration est interdite.

Puisque le paramètre s correspond à une grandeur physique facilement interprétable, qui ne dépend pas de l'image à traiter, il est maintenant possible de proposer un a priori sur ce paramètre. Une possibilité est de modéliser la distribution du paramètre s selon une loi statistique, définie sur l'intervalle $[0, 1]$, qui favoriserait les fortes valeurs du seuil s , i.e. les valeurs proches de 1, au détriment des faibles valeurs, i.e. les valeurs proches de 0. Dans les simulations, un a priori encore plus fort est introduit en fixant de manière déterministe le paramètre s :

$$s = \frac{1}{2}. \quad (26)$$

En effet, un taux d'intersection supérieur à $\frac{1}{2}$ signifie que les deux objets détectés ont plus de la moitié de leurs pixels en commun. Si la forme des objets modélisés est à peu près adaptée à celle des objets de l'image, cela signifie que ces deux objets localisent un même objet dans l'image à traiter. Cette situation conduit à détecter deux fois le même objet, et n'est donc pas acceptable.

Finalement, l'expression de l'intensité conditionnelle de Papangelou, qui est utilisée pour calculer la pseudo-vraisemblance (18), devient :

$$\lambda_\theta(u; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \beta \exp \left(-\gamma_d U_d(u) - \sum_{x_i \in \mathbf{x} | x_i \neq u} t_{1/2}(u, x_i) \right), \quad (27)$$

et les paramètres à estimer dans le nouveau modèle sont $\boldsymbol{\theta} = (\gamma_d)$ dans le cas bayésien, et $\boldsymbol{\theta} = (\gamma_d, d_0)$ dans le cas détecteur.

3.3.3 Initialisation de l'algorithme d'optimisation

Afin de ne pas converger vers une solution triviale telle que la configuration vide, la question de l'initialisation des paramètres dans l'algorithme SEM utilisé est cruciale.

-
- dans le cas du modèle détecteur, puisque le contour des deux objets n'est pas marqué dans la région de recouvrement, l'attache aux données est, par construction, pénalisée,
 - dans le cas du modèle bayésien, la région de recouvrement n'est comptabilisée qu'une seule fois dans la classe objet.

1. Paramètre γ_d

Dans le but de trouver une valeur initiale du poids de l'attache aux données γ_d suffisamment proche de l'EMV, il est utile d'utiliser la notion d'intensité conditionnelle de Papangelou définie au paragraphe A.1 en annexe. Dans le cas d'une configuration vide $\mathbf{x} = \emptyset$, on note :

$$I_\beta(\gamma_d) = \int_W \lambda_\theta(u; \emptyset, \mathbf{y}) \Lambda(du)$$

l'intégrale, par rapport à la mesure d'intensité $\Lambda(\cdot)$ du processus de référence, de l'intensité conditionnelle de Papangelou. Cette intégrale correspond au nombre moyen d'objets du processus en l'absence d'interaction entre les objets. Pour une configuration vide, l'intensité conditionnelle de Papangelou définie à l'équation (27) devient :

$$\begin{aligned} \lambda_\theta(u; \emptyset, \mathbf{y}) &= \beta \exp \left(-\gamma_d U_d(u) - \sum_{x_i \in \emptyset | x_i \neq u} t_{1/2}(u, x_i) \right), \\ &= \beta \exp(-\gamma_d U_d(u)). \end{aligned}$$

Si l'on note β^0 le nombre exact d'objets dans l'image observée, la valeur du paramètre γ_d^0 telle que :

$$\beta^0 = I_\beta(\gamma_d^0)$$

fournit alors une bonne estimation du paramètre γ_d . Ceci nous amène à étudier le comportement de la fonction $\gamma_d \in [0, +\infty[\mapsto I(\gamma_d)$.

Théorème 1. *La fonction*

$$\gamma_d \mapsto I_\beta(\gamma_d) - \beta \tag{28}$$

admet une unique racine non-nulle sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

Preuve. Par construction, cette fonction est strictement convexe (limite d'une somme de fonctions strictement convexes). Il est facile d'obtenir le comportement de cette fonction sur les bords de son domaine de définition. Si $\gamma_d = 0$, il vient : $I_\beta(\gamma_d) = \int_W \lambda_\theta \beta \Lambda(U) = \beta \Lambda(W) = \beta$. Lorsque $\gamma_d \rightarrow +\infty$, le terme $e^{-\gamma_d U_d(u)}$ converge vers 0 si $U_d(u) > 0$ ou vers la distribution de Dirac $\delta_u(\cdot)$ si $U_d(u) < 0$. Par conséquent $I_\beta(\gamma_d) \rightarrow \beta \sum_{u \in \mathbf{x}_{+\infty}} \Lambda'(u)$, où $\mathbf{x}_{+\infty}$ désigne la configuration de tous les objets u qui ont une énergie d'attache aux données strictement négative. L'énergie d'attache aux données étant une fonction régulière,

continue, la configuration $\mathbf{x}_{+\infty}$ est donc infinie (si $U_d(u) < 0$, il existe dans le voisinage de u un nombre indénombrable d'objets x tels que $U_d(x) < 0$ et par construction $\Lambda'(u) > C > 0$ pour tout $u \in \mathbf{x}_{+\infty}$). Par conséquent, la quantité précédente est infinie, et donc $I_\beta(\gamma_d) \rightarrow +\infty$.

Puisque la fonction $\gamma_d \in [0, +\infty[\mapsto I_\beta(\gamma_d)$ est strictement convexe, égale à β en 0, possède un gradient strictement négatif en 0 et converge vers $+\infty$ en $+\infty$, il existe une unique solution γ_d^0 dans $]0, +\infty[$ à l'équation (28). \square

Le graphe de la fonction $I_\beta(\cdot)$ obtenue à partir de l'image de la colonie de flamants roses présentée en Fig. 1 est représenté sur la figure 7. On peut constater la croissance exponentielle de cette fonction.

Finalement, l'initialisation du paramètre γ_d est effectuée de la manière suivante :

- 1) Initialisation du paramètre β à l'aide d'une surestimation grossière du nombre d'objets,
- 2) Extraction de l'unique racine non-nulle γ_d^0 de la fonction $\gamma_d \mapsto I(\gamma_d) - \beta$.

L'étape 1) nécessite donc une intervention manuelle afin de donner une surestimation du nombre d'objets présents dans l'image. Cependant, du fait de la croissance exponentielle de la fonction $I(\cdot)$, cette estimation peut être surévaluée d'un facteur 10, ou même 100. La valeur de la racine γ_d^0 sera quand même très proche de celle obtenue pour la valeur théorique β^0 . Cette intervention n'est donc pas très contraignante pour l'utilisateur. Enfin, l'extraction de la racine dans l'étape 2) est effectuée à l'aide d'une procédure de type Newton-Raphson.

2. Calibration du paramètre d_0

Dans le cadre du modèle détecteur, le paramètre d_0 qui représente le seuil de la fonction d'activité (2) doit également être estimé. Les mêmes problèmes que ceux rencontrés pour l'estimation du paramètre γ_p (poids de l'a priori du modèle défini à l'équation (6)) surviennent alors. En effet, la solution qui minimise l'énergie est obtenue lorsque d_0 converge vers 0. Dans ce cas, tous les objets ont une énergie d'attache aux données négative, ce qui conduit évidemment à de nombreuses fausses détections. Introduire un a priori statistique sur ce paramètre s'avère difficile, car cela nécessiterait de connaître précisément les valeurs moyennes de la distance statistique (4) associées aux objets que l'on cherche à extraire. Aussi, l'estimation de ce paramètre n'est pas traitée dans ce travail.

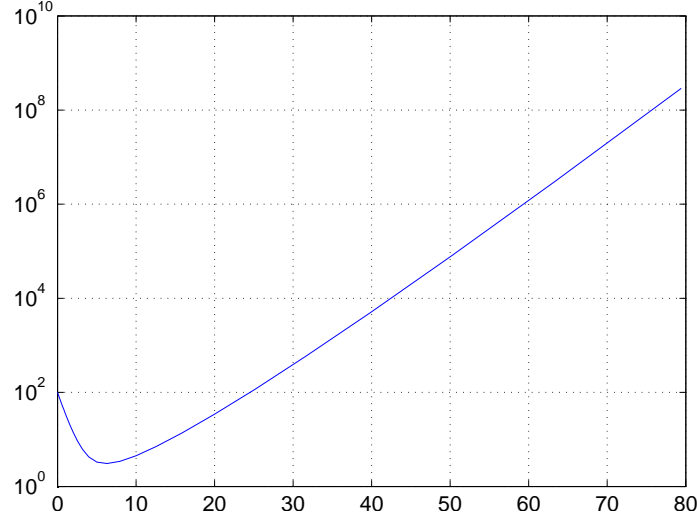


FIGURE 7 – Graphe (avec une échelle logarithmique pour l’axe des ordonnées) de la fonction $I(\gamma_d)$ obtenue pour l’image de la colonie de flamants roses présentée en Fig. 1 ($\beta = 100$) en fonction du paramètre d’interaction γ .

Cependant, plutôt que de devoir calibrer à la main ce seuil, une méthode de calibration automatique est proposée. Cette méthode s’appuie sur l’étape d’initialisation du paramètre γ_d . Empiriquement, sur les divers types d’images testées (synthétiques -avec différentes dynamiques- ou réelles), on peut constater que, pour une bonne valeur du seuil d_0 (i.e. une valeur pour laquelle l’extraction est de bonne qualité), la valeur initiale du paramètre γ_d^0 vérifie toujours $\gamma_d^0 < 50$. À l’inverse, les valeurs caractéristiques qui permettent de compenser la faiblesse de l’énergie d’attache aux données lorsque le seuil d_0 est trop élevé sont bien supérieures. Aussi, le seuil d_0 est calibré afin que la valeur γ_d^0 soit toujours comprise dans l’intervalle $[0, 50]$. En pratique, ceci est équivalent à déterminer un seuil d_0 tel que $I(50) - \beta > 0$.

Cette méthode évite ainsi de prendre un seuil trop haut, ce qui entraînerait de nombreuses non détections. Elle ne garantit pas, pour autant, de fournir le seuil optimal, i.e. le seuil pour lequel la détection des objets est la meilleure.

3.4 Résultats

Dans ce paragraphe, les résultats de l’algorithme d’estimation sont présentés sur deux types d’images, synthétiques et réelles. La valeur de la température initiale utilisée dans la maximisation de l’étape (M) par recuit simulé

est fixée à 5% de la valeur de la pseudo-vraisemblance calculée lors de la première itération de l'algorithme SEM. Les températures initiales T_i et finales T_f du recuit simulé utilisé afin d'extraire la configuration optimale sont fixées aux valeurs $T_i = 2$ et $T_f = 0.1$. Pour toutes les estimations effectuées, l'algorithme SEM converge en un nombre d'itérations inférieur à la dizaine.

3.4.1 Image synthétique

Dans un premier temps, on considère l'image synthétique présentée sur la figure 8. Cette image a été simulée selon la modélisation bayésienne du pro-

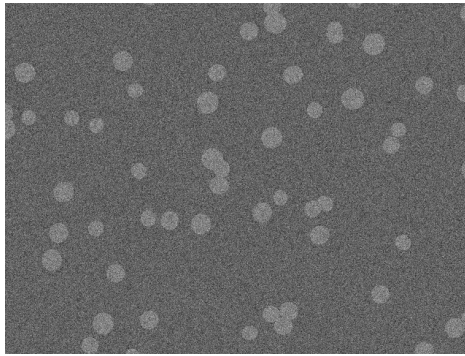


FIGURE 8 – Image synthétique (640×480 pixels) composée de 60 objets

blème direct décrite au paragraphe 2.1.1. Les paramètres des gaussiennes qui modélisent, respectivement, la classe objet et la classe fond sont $(\mu_o, \sigma_o^2) = (130, 400)$ et $(\mu_f, \sigma_f^2) = (100, 400)$. Cette image est composée de 60 objets de formes quasi-circulaires (ellipses de faible excentricité). Les figures 9 et 10 présentent, pour cette image synthétique, la configuration pour laquelle l'algorithme d'estimation SEM du paramètre γ_d a convergé. On peut constater que cette configuration est déjà très proche de la configuration réelle des objets de l'image. Afin d'illustrer le comportement de l'algorithme SEM, les différentes configurations correspondant à chacune des six itérations de l'algorithme SEM sont présentées Fig. 11.

Finalement, les paramètres ainsi estimés sont utilisés afin d'extraire la configuration optimale par recuit simulé. Les résultats de l'extraction sont présentés Fig. 13 pour le modèle bayésien et Fig. 12 pour le modèle détecteur. Le nombre d'objets détectés est très proche du nombre théorique (60 objets) et seuls quelques objets situés pratiquement à l'extérieur de l'image ne sont pas détectés.

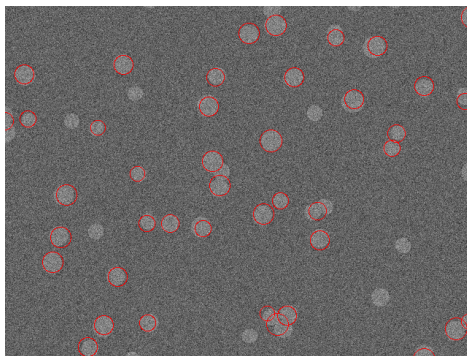


FIGURE 9 – Modèle bayésien : $\hat{\gamma}_d = 7.19 \times 10^{-4}$, $PL_W(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{y}) = 398.644$, $\beta = 200$ (42 objets, 3 itérations de l'algorithme SEM effectuées en 11 minutes)

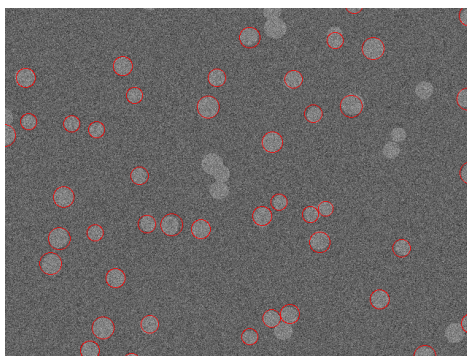
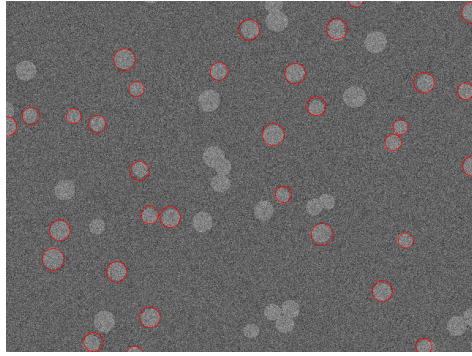
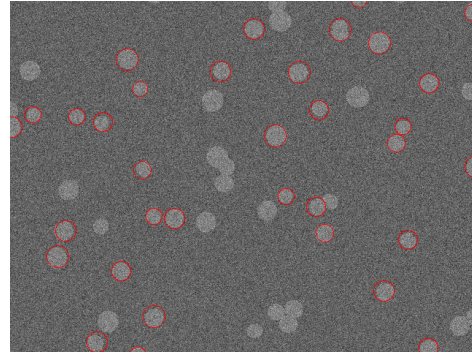
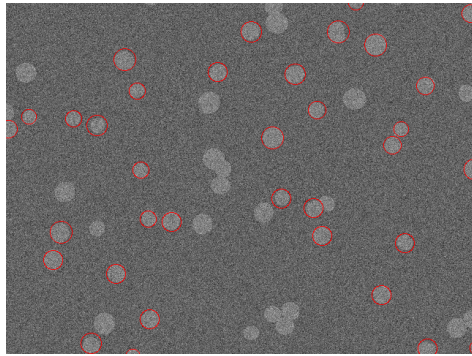
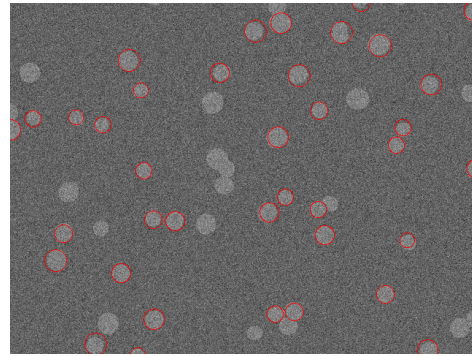
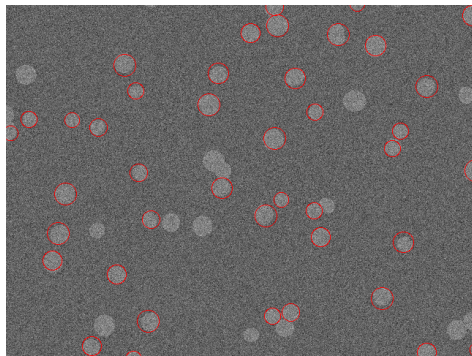
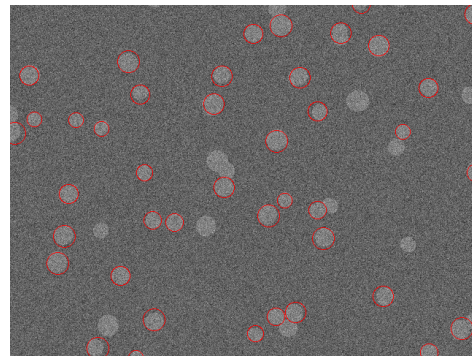


FIGURE 10 – Modèle détecteur : $\hat{\gamma}_d = 37.9345 \times 10^{-4}$, $PL_W(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{y}) = 499.194$, $d_0 = 2$, $\beta = 200$ (43 objets, 6 itérations de l'algorithme SEM effectuées en 16 minutes)

(a) itération $k = 1$, $\hat{\gamma}_d = 34.43$, 33 objets(b) itération $k = 2$, $\hat{\gamma}_d = 35.56$, 34 objets(c) itération $k = 3$, $\hat{\gamma}_d = 34.93$, 35 objets(d) itération $k = 4$, $\hat{\gamma}_d = 35.18$, 39 objets(e) itération $k = 5$, $\hat{\gamma}_d = 36.2845$, 42 objets(f) itération $k = 6$, $\hat{\gamma}_d = 36.3095$, 43 objetsFIGURE 11 – Déroulement de l'algorithme SEM lors de l'estimation du paramètre γ_d pour l'image 1

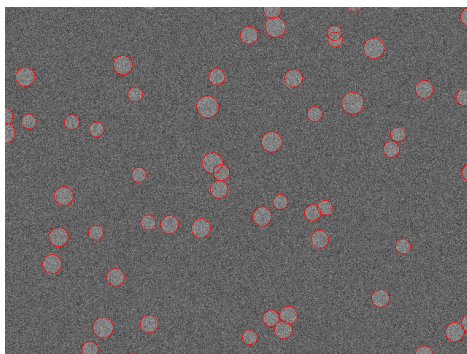


FIGURE 12 – Modèle bayésien : 58 objets détectés par recuit simulé

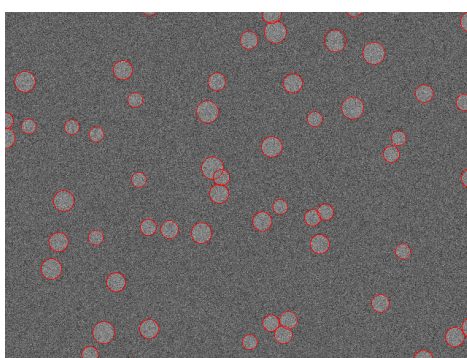


FIGURE 13 – Modèle détecteur : 57 objets détectés par recuit simulé

3.4.2 Image réelle

On considère maintenant l'image de la colonie de flamants roses présentée en Fig. 1. Dans le modèle détecteur, la configuration pour laquelle l'algorithme SEM a convergé est présentée sur la Fig. 14.

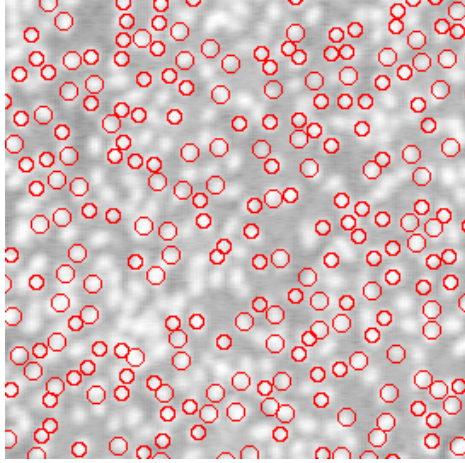


FIGURE 14 – Modèle détecteur : $\hat{\gamma}_d = 13.31$, $PL_W(\hat{\theta}; \hat{x}, \mathbf{y}) = 1797.75$, $d_0 = 1.333$, $\beta = 1000$ (234 objets, 3 itérations de l'algorithme SEM effectuées en 6 minutes)

L'estimée $\hat{\gamma}_d = 13.31$ est alors utilisée afin d'extraire la configuration des objets par recuit simulé. Le résultat de cette extraction est présenté en Fig. 15. On peut constater sur cette image une légère sous-détection des flamants

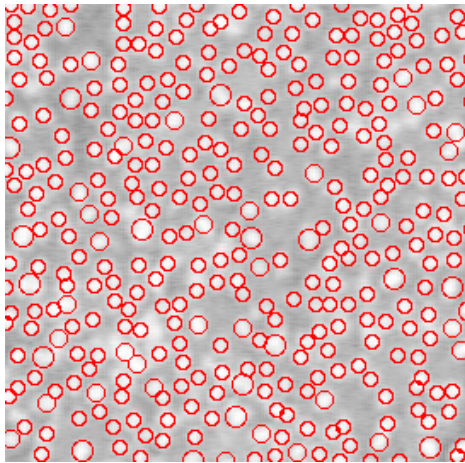


FIGURE 15 – Modèle détecteur : 355 objets détectés par recuit simulé

roses. Cette sous-détection s'explique par le fait que le modèle d'objet utilisé (objet circulaire) est mal adapté à la forme des flamants roses. Un modèle d'objet elliptique est, dans ce cas, mieux adapté (cf. Descamps *et al.* (2007)).

4 Modèle de rectangles

Après avoir validé la procédure d'estimation, détaillée dans la partie précédente sur un exemple simple de processus ponctuels pour lesquels les objets sont de forme circulaire, nous proposons de l'utiliser afin d'estimer les paramètres d'un modèle d'objet plus générique, soit un processus ponctuel de rectangle. Tout d'abord, nous l'appliquons au problème de l'extraction de la trace au sol du bâti. Nous proposons une modification de l'énergie du modèle, du fait que les bâtiments des grandes villes sont usuellement disposés d'une manière très alignée. De plus, nous avons également recours à cette méthodologie afin de résoudre le problème de la détection des tentes de réfugiés dans une image contenant une multitude d'objets. Dans ce cas, nous proposons un post-traitement afin d'améliorer les résultats.

4.1 Description du modèle

Afin d'extraire les bâtiments, nous avons considéré que la forme de la trace au sol de ces derniers était rectangulaire. Nous avons alors considéré un processus de rectangle défini sur l'espace des objets suivant :

$$\chi = [1, X_{max}] \times [1, Y_{max}] \times [l_{min}, l_{max}] \times [L_{min}, L_{max}] \times [0, \pi[$$

où X_{min} et X_{max} désignent respectivement la largeur et la hauteur de l'image. $\mathcal{P} = [l_{min}, l_{max}] \times [L_{min}, L_{max}] \times [0, \pi[$ est l'espace de paramétrisation d'un rectangle. En effet, un rectangle est défini par :

- sa largeur l , définie sur l'intervalle $[l_{min}, l_{max}]$,
- sa longueur L , définie sur l'intervalle $[L_{min}, L_{max}]$,
- son orientation qui est l'angle ω que fait la longueur avec l'horizontale.

Ces valeurs sont dans $[0, \pi[$.

La figure 16 illustre cette paramétrisation.

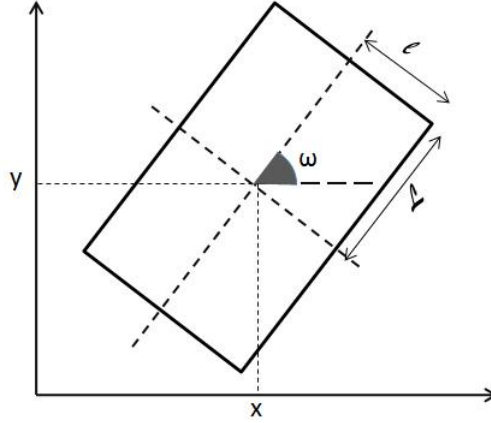


FIGURE 16 – Paramétrisation d'un rectangle

Remarquons que le nombre de paramètres est supérieur à celui des disques de sorte que la taille de l'espace des objets est devenue très grande. Ceci rend les calculs un peu compliqués et lents. En effet, d'après la méthode d'approximation de la log-pseudo-vraisemblance considérée dans le chapitre précédent, la complexité de cette dernière est :

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(\text{Card}(W)) = \mathcal{O}(X_{\max} \times X_{\min} \times (E[l_{\max}] - E[l_{\min}] + 1) \\ \times (E[L_{\max}] - E[L_{\min}] + 1) \times E[\frac{\pi + 1}{pas}]) \end{aligned} \quad (29)$$

où $E[a]$ est la partie entière du réel a . Le calcul de la pseudo-vraisemblance constitue la tâche la plus coûteuse de notre algorithme, environ 70% du coût de calcul total de l'algorithme d'estimation.

Étant donné que la complexité de calcul de la log-pseudo-vraisemblance est $\mathcal{O}(\text{Card}(W))$, le choix des paramètres l_{\min} , l_{\max} , L_{\min} et L_{\max} a une influence directe sur la rapidité d'exécution de la phase d'estimation. En effet, plus les valeurs des bornes min et max sont proches, plus la taille de l'espace des objets est réduite. Cependant, ces dernières dépendent des objets de l'image traitée. En particulier, lorsque l'image contient des objets de grandeur variable (de petits objets mais aussi de grands objets), cet espace devient très grand. Ainsi, ces paramètres doivent être soigneusement choisis.

4.2 Application à l'extraction de la trace au sol du bâti

Afin de valider le modèle proposé, nous avons testé nos algorithmes sur une partie du MNE de la ville d'Amiens, de taille 231×194 pixels, représentée sur la figure 17.

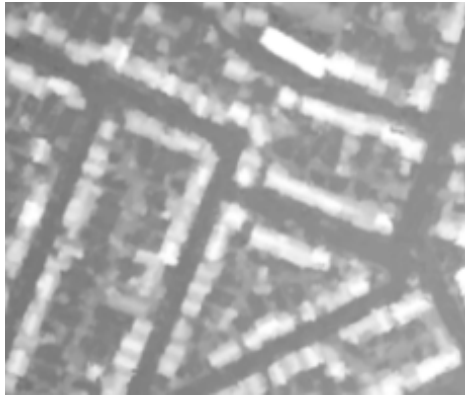


FIGURE 17 – Modèle Numérique d'Elevation d'une partie d'Amiens, © IGN

Pour cette image, nous avons considéré des rectangles de petite taille définis sur $[7, 10] \times [5, 7] \times [0, \pi[$. En outre, nous avons autorisé jusqu'à 20% de recouvrement entre les objets car on s'intéresse uniquement à la silhouette des bâtiments. De plus, nous avons fixé β à 500. La valeur initiale du seuil de différence de contraste considérée est $d_0 = 4$.

En considérant ces paramètres, l'algorithme d'estimation converge après 2 itérations effectuées en 51 min et 2 s. Le résultat de cette phase est donné sur la figure 18(a). Cette phase a été accomplie avec un poids d'attache aux données égal à 29.402 pour une valeur de la pseudo-vraisemblance égale à 506.264. Ce paramètre ainsi trouvé a permis d'entamer la phase d'extraction par recuit simulé dont le résultat est donné sur la figure 18(b).

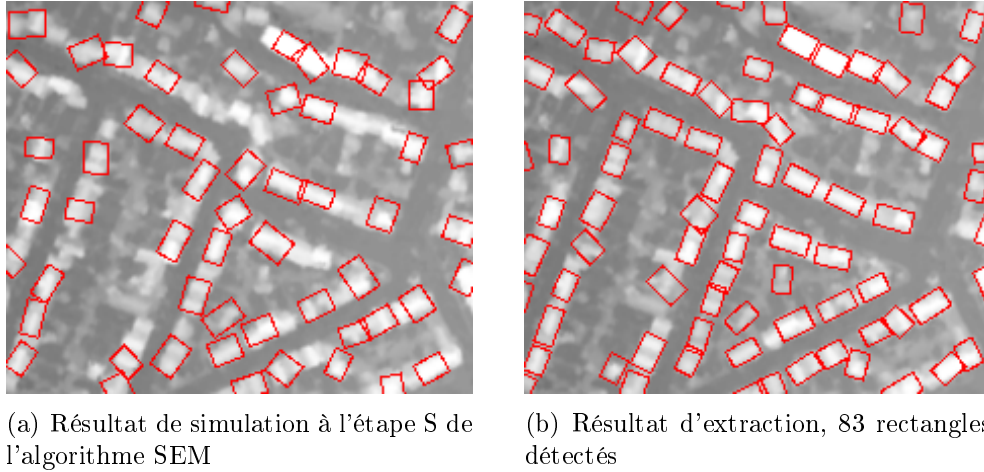


FIGURE 18 – Extraction de la trace au sol du bâti par un processus de rectangle

D'après l'image de la figure 18(a), on constate que certains rectangles se placent sur les objets concernés sans qu'ils aient la même orientation que ces derniers. De plus, le résultat montre une légère sous-détection des objets. Ceci s'explique par le fait que notre modèle ne prend pas en considération le rapprochement de bâtiments alignés. Seuls le terme d'attache aux données et le terme a priori correspondant au recouvrement entre les objets sont considérés. Grâce au terme d'attache aux données, nous avons pu localiser les bâtiments sur l'image et grâce au terme a priori, deux rectangles ne peuvent détecter le même objet. Il manque à notre modèle un terme qui favorise les rectangles proches et alignés pour qu'ils se positionnent exactement sur la forme du bâti et pour qu'ils soient alignés avec leurs voisins. En effet, dans les grandes villes, les bâtiments sont usuellement alignés.

Dans le prochain paragraphe, nous expliquons comment nous avons modifié l'expression de l'énergie a priori proposée au début de ce rapport pour favoriser les rectangles proches et alignés.

4.2.1 Modification du modèle

Nous introduisons ici un terme qui favorise l'alignement des rectangles. Pour ce faire, nous nous sommes inspirés des travaux de M. Ortner sur l'extraction automatique des caricatures de bâtiments (Ortner (2004)). Nous définissons alors les relations suivantes entre les rectangles représentant les bâtiments :

1. Relation d'alignement

Nous disons que deux rectangles u et v sont alignés, si l'un des petits

cotés de u est opposé à un petit coté de v (cf. figure 20). Pour formaliser cette idée, nous introduisons les grandeurs suivantes :

- $d_C(i, j)$ représente la distance euclidienne entre le coin indexé i du rectangle u et le coin indexé j du rectangle v où i et j sont des index dans $\{0, 1, 2, 3\}$,
- $d_\omega(u, v)$ désigne la différence des orientations des deux rectangles u et v (modulo π).

Ces grandeurs sont explicitées sur la figure 19.

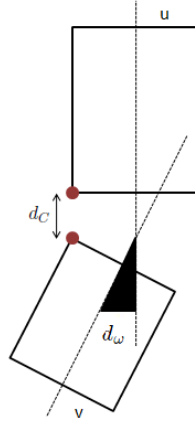


FIGURE 19 – Grandeurs d'alignement de deux rectangles

Nous définissons également les distances limites à partir desquelles nous considérons que deux objets sont alignés :

- $d_{C_{max}}$ est la distance maximale entre les coins les plus proches des deux rectangles.
- $d_{\omega_{max}}$ désigne la différence d'orientation maximale à partir de laquelle on suppose que deux rectangles sont parallèles.

Ainsi, un rectangle u peut avoir quatre relations d'alignement. Chacune d'elles correspond à un coin i du rectangle considéré. Nous disons que u et v sont alignés s'ils vérifient les conditions suivantes :

$$u \sim_{\text{align}_i} v, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \iff \begin{cases} d_C(i, j) \leq d_{C_{max}} \\ d_\omega(u, v) \leq d_{\omega_{max}} \\ i + j = 3 \end{cases} \quad (30)$$

Une telle relation n'est ni symétrique, ni réflexive. Les paramètres $d_{C_{max}}$ et $d_{\omega_{max}}$ gouvernent la précision de la relation d'alignement de sorte que les rectangles concernés soient suffisamment proches et quasi-parallèles.

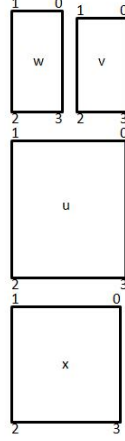


FIGURE 20 – Rectangles alignés

Pour qualifier une telle relation d'alignement entre deux objets, nous proposons la fonction décrite par l'équation (31) qui a été employée par Ortner (2004) pour favoriser l'alignement des bâtiments :

$$\varpi(x, x_{max}) = -\frac{1}{x_{max}^2} \left[\frac{1 + x_{max}^2}{1 + x^2} - 1 \right], \text{ pour } x \leq x_{max} \quad (31)$$

Cette fonction a été construite de sorte à favoriser les cas suivants :

- lorsque $x = 0 \implies \varpi(0, x_{max}) = -1$
- lorsque $x = x_{max} \implies \varpi(x_{max}, x_{max}) = 0$

Ainsi, deux rectangles alignés sont favorisés à travers la fonction de récompense suivante :

$$\psi_{align_i}(u, v) = \frac{1}{2} \varpi(d_C(i, j), d_{C_{max}}) + \frac{1}{2} \varpi(d_\omega(u, v), d_{\omega_{max}}) \quad (32)$$

Cette fonction attribue une valeur positive au paire d'objets ayant conjointement une faible distance entre leurs coins appropriés et une faible différence d'angles. Ainsi, l'énergie a priori de la paire (u, v) , liée à la relation \sim_{align_i} , est définie par l'expression suivante :

$$\begin{cases} U_{align_i}(u, v) = \psi_{align_i}(u, v) & \text{si } u \sim_{align_i} v \\ U_{align_i}(u, v) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (33)$$

L'énergie a priori de la configuration de rectangles \mathbf{x} , qui correspond à la relation \sim_{align_i} , est la somme de toutes les énergies définies au niveau de chaque paire de \mathbf{x} :

$$U_{align_i}(\mathbf{x}) = \sum_{1 < i < j < n(\mathbf{x})} U_{align_i}(x_i, x_j) \quad (34)$$

Par conséquent, l'énergie a priori qui correspond à la contrainte d'alignement des rectangles (indépendamment du choix du coin du rectangle) s'écrit comme suit :

$$U_{align}(\mathbf{x}) = \gamma_{align} \sum_{0 \leq i \leq 3} U_{align_i}(\mathbf{x}) = \gamma_{align} \sum_{1 < j < k < n(\mathbf{x})} \sum_{0 \leq i \leq 3} U_{align_i}(x_j, x_k) \quad (35)$$

où la pondération γ_{align} est un paramètre du modèle qui quantifie l'importance de la contrainte d'alignement par rapport aux autres contraintes du modèle.

2. Relation d'orthogonalité

Étant donnée l'hétérogénéité de la taille des bâtiments dans les zones urbaines, ces derniers ne peuvent pas être disposés d'une manière strictement parallèle. De ce fait, si l'on ne favorise que l'alignement des objets, on risque de manquer certains objets qui se trouvent être orthogonaux. Pour éviter cela, on définit une deuxième relation entre les rectangles qui est l'orthogonalité. Deux rectangles u et v sont dits orthogonaux, si l'une des petites arrêtes de l'un des rectangles est opposée à une grande arrête de l'autre rectangle (figure 21). C'est-à-dire, s'ils vérifient les conditions suivantes :

$$u \sim_{orth_i} v \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \iff \begin{cases} d_C(i, j) \leq d_{C_{max}} \\ |d_\omega(u, v) - \frac{\pi}{2}| \leq d_{\omega_{max}} \\ i + j = 0, 2, 4 \text{ ou } 6 \end{cases} \quad (36)$$

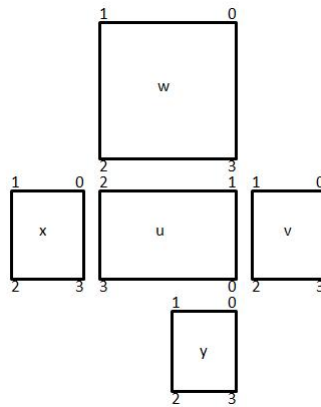


FIGURE 21 – Rectangles orthogonaux

Par analogie avec l'énergie d'alignement donnée par l'équation (33), l'énergie a priori d'une paire de rectangles qui correspond aux connexions

orthogonales suivant la relation \sim_{orth_i} s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} U_{orth_i}(u, v) = \frac{1}{2} \varpi(d_C(i, j), d_{C_{max}}) + \\ \quad \frac{1}{2} \varpi(|d_\omega(u, v) - \frac{\pi}{2}|, d_{\omega_{max}}) & \text{si } u \sim_{orth_i} v \\ U_{orth_i}(u, v) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (37)$$

Finalement, l'expression de l'énergie a priori d'une configuration d'objets \mathbf{x} qui favorise les interactions orthogonales est donnée par :

$$U_{orth}(\mathbf{x}) = \gamma_{orth} \sum_{1 < j < k < n(\mathbf{x})} \sum_{0 \leq i \leq 3} U_{orth_i}(x_j, x_k) \quad (38)$$

avec γ_{orth} le poids de cette énergie (énergie favorisant les rectangles orthogonaux).

3. Énergie a priori sur les interactions entre les bâtiments

Après avoir explicité les types de relations qui lient les bâtiments d'une zone urbaine, nous définissons un terme d'énergie reflétant les interactions entre les rectangles représentant les bâtiments comme étant la somme des énergies d'alignement et d'orthogonalité, pondérée par le coefficient γ_{int} :

$$U_{\theta_{int}}^p(\mathbf{x}) = \gamma_{int} [U_{align}(\mathbf{x}) + U_{orth}(\mathbf{x})] \quad (39)$$

Finalement, l'énergie totale d'une configuration d'objets est la somme des trois énergies suivantes :

- l'énergie d'attache aux données $U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ définie suivant le modèle détecteur,
- l'énergie a priori de recouvrements entre les objets $U_{\theta_p}^p(\mathbf{x})$,
- l'énergie a priori des interactions entre les rectangles représentant les bâtiments, définie par l'expression (39) ci-dessus.

Ainsi, la nouvelle expression de l'énergie totale d'une configuration d'objets est :

$$U_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = U_{\theta_d}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + U_{\theta_p}^p(\mathbf{x}) + U_{\theta_{int}}^p(\mathbf{x}) \quad (40)$$

L'expression de l'intensité de Papangelou étendue qui intervient dans le calcul de la pseudo-vraisemblance (11) devient :

$$\lambda_\theta(u; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \beta \exp \left(-\gamma_d U_d(u) - \sum_{x_i \in \mathbf{x}/x_i \neq u} t_s(u, x_i) - \gamma_{int} \sum_{x_i \in \mathbf{x}/x_i \neq u} \left[\gamma_{alig} \sum_{0 \leq i \leq 3} U_{alig_i}(u, v) + \gamma_{orth} \sum_{0 \leq i \leq 3} U_{orth_i}(u, v) \right] \right) \quad (41)$$

Trois nouveaux paramètres liés aux interactions entre les bâtiments (γ_{int} , γ_{alig} et γ_{orth}) s'ajoutent aux précédents pour contrôler la disposition des rectangles sur l'image. Cependant, ces paramètres doivent être calibrés par SEM. Ceci va nécessairement ralentir le déroulement de la phase d'estimation. Dans ce cas, il est plus adéquat de poser un a priori sur ces pondérations dans le but de minimiser le nombre de paramètres à estimer.

On propose alors de normaliser les pondérations d'alignement et d'orthogonalité de sorte que :

$$\begin{cases} \gamma_{alig} \in \{0, 1\} \\ \gamma_{orth} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

La normalisation de ces paramètres n'a pas d'influence sur la régularité de notre modèle car elle sera compensée par la valeur du paramètre γ_{int} qui est défini sur \mathbb{R} . De la sorte, on retrouve une relation dans laquelle les relations d'alignement et d'orthogonalité sont favorisées avec des portés différentes. En effet, on distingue les cas suivants :

- si $\gamma_{alig} = 1$ et $\gamma_{orth} = 0 \implies$ on ne tient pas compte de l'orthogonalité des rectangles. Dans ce cas, seuls les bâtiments alignés sont favorisés.
- si $\gamma_{alig} = 0$ et $\gamma_{orth} = 1 \implies$ on ne favorise que les bâtiments orthogonaux.
- si $\gamma_{alig} = 1$ et $\gamma_{orth} = 1 \implies$ on tient compte des deux relations d'une façon équitable. On favorise les bâtiments alignés et orthogonaux de la même façon.

Le troisième schéma d'initialisation semble être le plus approprié pour l'image traitée. En effet, les bâtiments des zones urbaines peuvent être alignés comme ils peuvent être orthogonaux. Cette considération nous permet de fixer une fois pour toutes les paramètres d'alignement et d'orthogonalité, et nous permet aussi de réduire le nombre de paramètres

à estimer au seul poids γ_{int} . En conséquence, l'expression de l'énergie $U_{\theta_{int}}^p(\mathbf{x})$, liée aux interactions entre les rectangles devient :

$$U_{\theta_{int}}^p(\mathbf{x}) = \gamma_{int} \sum_{1 \leq i < j \leq n(\mathbf{x})} \sum_{0 \leq i \leq 3} [U_{align_i}(x_i, x_j) + U_{orth_i}(x_i, x_j)] \quad (42)$$

Suivant la valeur de γ_{int} , on distingue les cas suivants :

- $\gamma_{int} = 0 \implies$ cela signifie que l'on ne prend pas en compte les interactions entre les bâtiments,
 - $\gamma_{int} > 0 \implies$ les rectangles alignés et orthogonaux seront favorisés,
 - $\gamma_{int} < 0 \implies$ les rectangles alignés et orthogonaux seront pénalisés.
- Ce cas est alors sans intérêt.

Dans nos applications, le cas qui correspond aux valeurs strictement positives de γ_{int} doit être considéré. Toutefois, cette contrainte ne suffit pas pour initialiser ce paramètre. Il faut alors trouver une heuristique plus fine permettant de valoriser ce poids, du fait que l'utilisation de SEM nécessite une bonne initialisation du paramètres, proche de l'Estimateur de Maximum de Vraisemblance (EMV). Il est alors important d'expliquer comment nous avons initialisé les paramètres.

Pour initialiser le poids γ_{int} , il est intéressant d'étudier la fonction d'énergie d'un rectangle u :

$$U(u) = U(\mathbf{x} \cup \{u\}) - U(\mathbf{x}) = \gamma_d U^d(u) + \gamma_{int} \sum_{v \in \mathbf{x}, v \neq u} U_{\theta_{int}}^p(u, v)$$

Ainsi,

$$U(u) = \gamma_d U^d(u) + \gamma_{int} \sum_{v \in \mathbf{x}, v \neq u} \left[\sum_{0 \leq i \leq 3} U_{align_i}(u, v) + \sum_{0 \leq i \leq 3} U_{orth_i}(u, v) \right] \quad (43)$$

Puisque les deux fonctions $U_{align_i}(u, v)$ et $U_{orth_i}(u, v)$ ont des valeurs dans l'intervalle $[-1, 0]$, alors les valeurs de $\sum_{v \in \mathbf{x}, v \neq u} U_{\theta_{int}}^p(u, v)$ sont nécessairement dans $[-8, 0]$. En effet, un rectangle peut avoir au plus huit rectangles voisins aux sens des relations \sim_{align_i} et \sim_{orth_i} . En outre, l'énergie d'attache aux données a des valeurs dans l'intervalle $[-1, 0]$.

Ainsi, l'énergie a priori liée aux interactions des rectangles est plus importante que l'énergie d'attache aux données. Cela veut dire que les objets peuvent être plus favorisés suivant leurs relations d'alignement et d'orthogonalité que selon leur attache aux données. Autrement dit, si l'on ne considère pas les poids des énergies, certains objets alignés ou

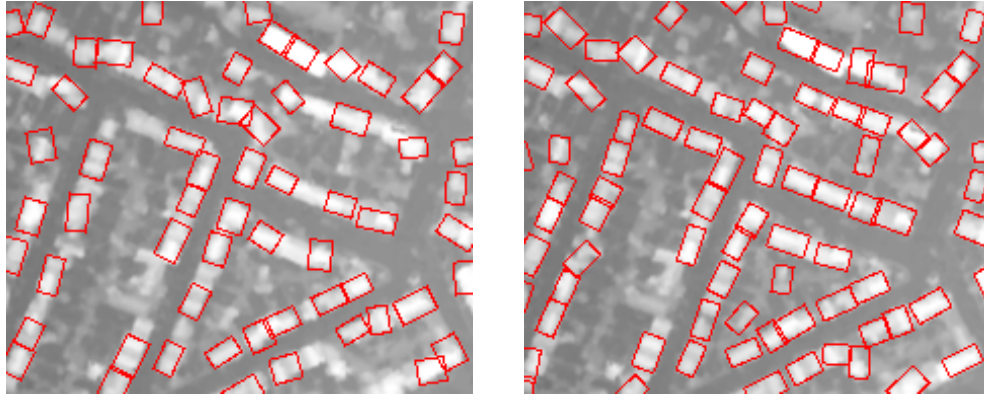
orthogonaux peuvent se présenter sans se positionner sur un bâtiment de l'image. Ceci représente le cas où l'énergie d'attache est dans $[0,1]$ alors que l'énergie a priori d'interaction est proche de -8. Ce problème peut être évité grâce aux poids de régularisation qui permettent de pondérer une énergie par rapport à l'autre. De ce fait, il est raisonnable de choisir le poids d'interaction initial inférieur au poids d'attache aux données i.e. $\gamma_{int}^0 = k \gamma_d^0$ avec $k < 1$.

Afin de valider le modèle proposé, nous avons testé les programmes sur l'image de MNE d'Amiens considérée dans le paragraphe précédent (cf. figure 17). Nous avons aussi conservé les mêmes valeurs initiales des autres paramètres du modèle. Pour les nouveaux paramètres liés aux connexions des rectangles, ils sont fixés comme suit :

- la distance maximale entre les coins de deux rectangles $d_{C_{max}} = 1$,
- la différence des orientations des deux rectangles modulo π est $d_{\omega_{max}} = 0.05$.

Étant donnée la structure des objets de l'image de la figure 17, le nombre de relations qui peuvent exister entre un rectangle u et les objets de la configuration proposée est au maximum égal à 4. Il convient alors de choisir $\gamma_{int}^0 = \frac{\gamma_d^0}{4}$.

Pour mettre en évidence l'effet de l'a priori que nous avons introduit sur la structure des objets, nous avons considéré $\gamma_{int}^0 = \frac{\gamma_d^0}{2}$. L'algorithme d'estimation correspondant converge après 8 itérations de SEM pour un temps de calcul de 6 h, 21 min et 25 s en utilisant le même CPU que dans les simulations précédentes. La configuration de rectangles simulée à la dernière itération de l'algorithme SEM est présentée sur la figure 22(a). Cette phase a abouti aux valeurs des paramètres suivantes : $\gamma_d = 30.0599$ et $\gamma_{int} = 16.8494$. et à une valeur de la log-pseudo-vraisemblance égale à 586.807. L'extraction par recuit simulé a produit 83 rectangles présentés sur la figure 22(b).



(a) Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM

(b) Résultat d'extraction, 83 rectangles

FIGURE 22 – Extraction de la trace au sol du bâti par un processus de rectangle, en favorisant les rectangles alignés et orthogonaux

En comparant les résultats d'extraction des figures 18(b) et 22(b), on constate que le terme a priori sur les connexions entre les bâtis n'a pas apporté beaucoup d'amélioration pour l'image considérée. En effet, nous avons obtenu le même nombre d'objets en considérant l'alignement des rectangles et sans le considérer. En revanche, la disposition des objets des figures 18(b) et 22(b) est différente. Les rectangles de la figure 22(b) sont plus rapprochés et plus alignés à l'exception de 5 paires distantes qui n'étaient pas pénalisées par le terme a priori. La présence d'objets distants se justifie par le fait que la distance qui les sépare ne suffit pas pour mettre un nouvel objet qui ne se superpose pas avec eux. En effet, un recouvrement qui dépasse 20 % est strictement interdit. Ce problème peut être corrigé en tolérant un taux de recouvrement plus grand ou en effectuant des simulations avec des rectangles de taille très variable. La deuxième solution serait très coûteuse en temps de calcul. Nous avons aussi effectué des tests sur une image d'un extrait de bâtiments à la Mecque, de taille 305×252 pixels. Pour cette image, nous n'avons autorisé aucun recouvrement entre les objets (i.e. $s = 0$). Les valeurs des pondérations des énergies vers lesquelles l'algorithme SEM a convergé sont $\gamma_d = 16.6482$ et $\gamma_{int} = 3.95991$. Ces estimés ont conduit à l'extraction de la figure 23(b). Le nombre de bâtiments comptés à la main est 48 et le nombre de bâtiments détectés automatiquement est 48 dont 3 rectangles sont des fausses alarmes (3 bâtiments n'étaient pas détectés).

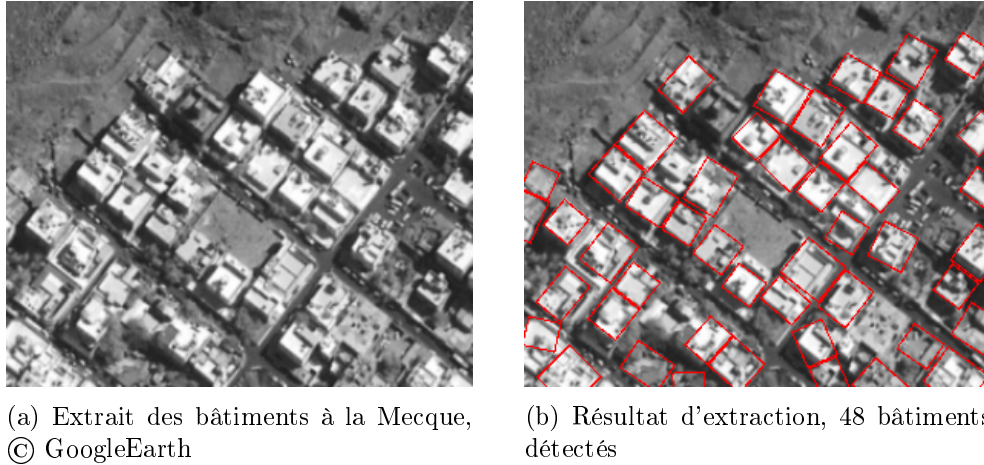


FIGURE 23 – Extraction de la trace au sol de bâtiments à la Mecque par un processus de rectangle, en favorisant les rectangles alignés et orthogonaux

4.3 Application à la détection de tentes

4.3.1 Simulation des résultats sur une image de tentes

Après avoir validé le modèle de rectangles sur des images de bâti, nous l'appliquons maintenant au problème de la détection de tentes. Nous avons considéré l'image de taille 600×600 pixels présentée sur la figure 24(a) ci-dessous. Elle représente une photographie de tentes dans un campement d'urgence après un séisme sismique à Boumerdes en Algérie. Pour cette image, les tentes sont des objets rectangulaires rouges et bleus, regroupés dans la région droite de l'image. De plus, des objets rectangulaires de couleur blanche, ayant la même taille que celle des tentes, sont placés sur le toit des bâtiments de l'image. A priori, ces objets peuvent être détectés faussement étant donné que le modèle utilisé ne prend pas en considération la couleur des objets. En effet, seulement la forme des objets est prise en considération.

D'autre part, la taille des tentes n'est pas très variable. Ceci représente un avantage en termes de temps de calcul de la pseudo-vraisemblance lors de la phase d'estimation. En effet, le calcul de la pseudo-vraisemblance représente la tâche la plus coûteuse de l'algorithme d'estimation.

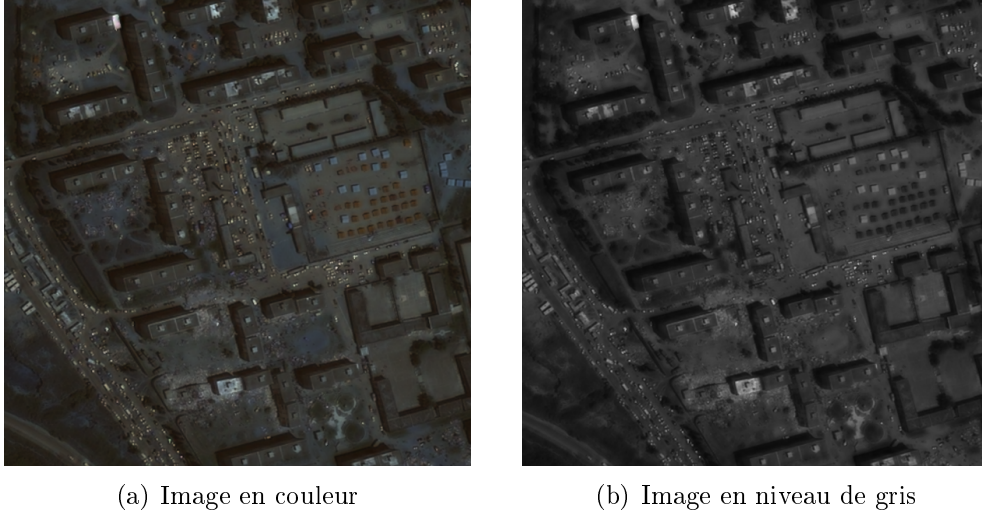


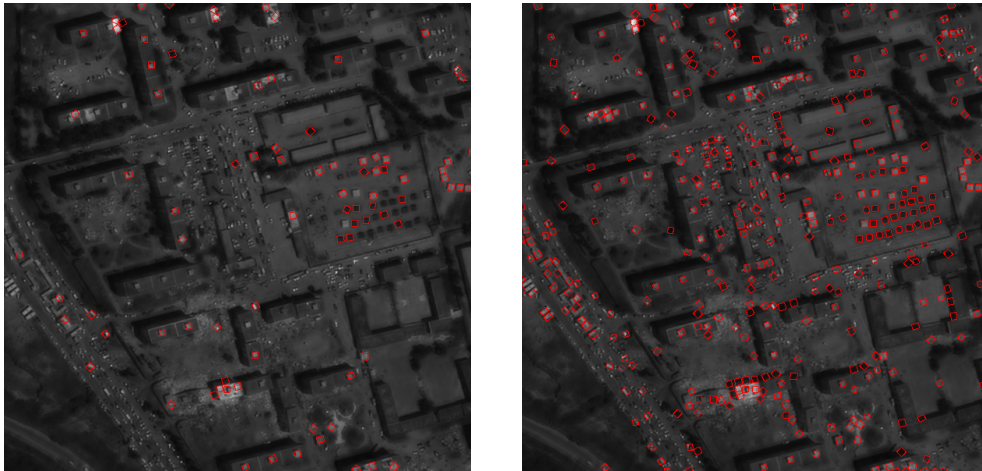
FIGURE 24 – Extraction de tentes à Boumerdes, © CNES

Puisque les tentes ne sont pas parfaitement alignées, nous n'avons pas pris en compte la composante d'énergie qui contrôle l'alignement des objets. Ainsi, les énergies considérées sont l'énergie d'attache aux données et l'énergie a priori qui correspond à une pénalisation du recouvrement entre les objets. En effet, nous n'avons autorisé aucun chevauchement entre les objets du fait que les tentes sont espacées. Nous avons alors fixé la valeur de la proportion de recouvrement maximale entre les objets s à 0.

En outre, nous avons choisi un paramètre d'activité initial β égal à 500. Quant à la valeur du seuil initial de différence de contraste d_0 , elle doit permettre la détection des tentes bleues (tentes claires sur l'image en niveaux de gris) ainsi les tentes rouges (tentes sombres sur l'image en niveaux de gris). Les tests ont montré qu'une valeur égale à 2.6 permet la détection des deux types de tentes.

En considérant ces valeurs de paramètres, l'algorithme SEM a convergé après 2h, 17min et 48s pour quatre processeurs de fréquence 1.86GHz et il a abouti à une valeur du poids d'attache aux données égale à $\gamma_d = 32.5248$. La pseudo-vraisemblance associée est $\log PV = 813.654$. L'image qui correspond à la configuration d'objets obtenue à la dernière itération de SEM est donnée par la figure 25(a). La phase d'extraction a permis de détecter 398 objets dont 75 % sont des fausses alarmes, visualisés sur la figure 25(b). Ces fausses détections s'expliquent par le fait que la composante d'attache aux données ne prend pas en considération, ou peu, l'homogénéité des pixels de l'objet et ceux de son environnement. Ainsi, lorsque l'image traitée contient une variété d'objets et une variété de couleurs, le modèle considéré contribue

inévitablement à de fausses détections. Par exemple, nous remarquons la présence d'objets dont la frontière n'est pas homogène comme la série de rectangles qui se place sur l'ombre du bâtiment. Par ailleurs, plusieurs fausses alarmes correspondent à des rectangles ayant un fonds non homogène, tels que les rectangles qui se placent sur les véhicules.



(a) Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM

(b) Résultat d'extraction, 398 objets détectés

FIGURE 25 – Détection des tentes par un processus de rectangle

Pour réduire les fausses alarmes, nous proposons un post-traitement qui permet de supprimer les objets qui ne sont pas bien attachés aux données.

4.3.2 Post-traitement proposé

L'idée de ce post-traitement consiste à redéfinir la composante d'attache aux données. Pour ce faire, nous proposons de subdiviser l'environnement d'un rectangle en quatre régions comme il est illustré par la figure 26 ci-dessous :

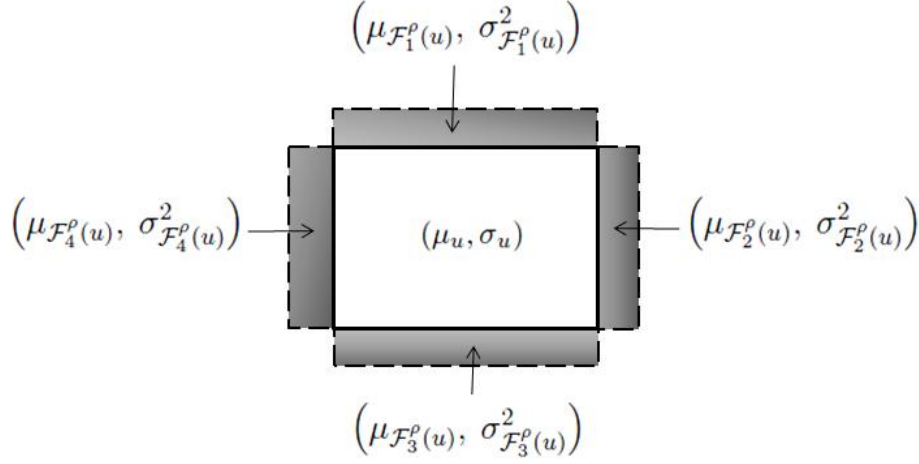


FIGURE 26 – Nouvelle définition de l'attache aux données

Nous obtenons ainsi quatre petits rectangles qui entourent le rectangle u , ayant chacun une moyenne $\mu_{\mathcal{F}_i^\rho(u)}$ et une variance $\sigma_{\mathcal{F}_i^\rho(u)}^2$ avec $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. Ensuite, nous mesurons la similarité entre l'ensemble des pixels de l'objet u et celui des quatre régions de sa frontière via la distance de Bhattacharya donnée par l'équation (4). Ainsi, nous construisons l'énergie d'attache aux données comme étant une qualification de la distance minimale des quatre distances calculées. Autrement-dit, l'expression de la nouvelle énergie d'attache aux données associée à un objet u s'écrit comme suit :

$$U_\theta^d(u) = \mathcal{Q}_d\left(\min_{1 \leq i \leq 4} d_B(u, \mathcal{F}_i^\rho(u))\right) \quad (44)$$

où $\mathcal{F}_i^\rho(u)$ désigne un petit rectangle dans la frontière de l'objet u et \mathcal{Q}_d est la fonction de qualité définie pour le modèle détecteur.

Ensuite, nous proposons de supprimer d'une manière déterministe tous les objets de la configuration obtenue qui ne sont pas bien attachés suivant la nouvelle définition de l'attache aux données. C'est-à-dire, nous supprimons les objets qui ont une énergie d'attache aux données positive. Ce traitement a permis d'éliminer 245 fausses alarmes à partir de la configuration d'objets de la figure 25(b). Le résultat de ce traitement est présenté par la figure 27 :

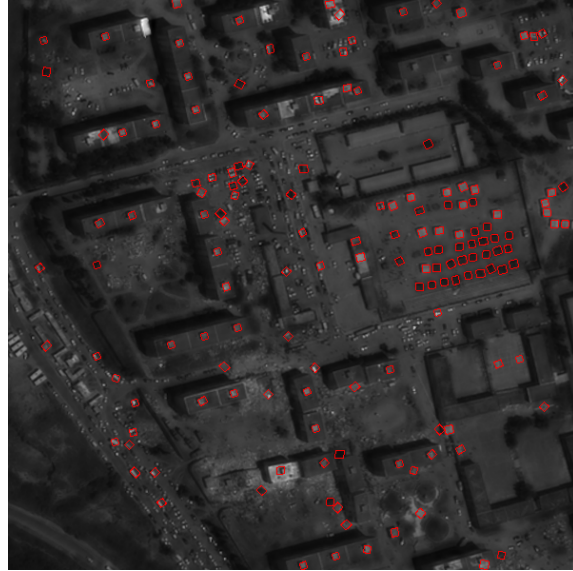


FIGURE 27 – Elimination des fausses alarmes, 153 objets détectés

Néanmoins, ce traitement n'a pas éliminé toutes les fausses alarmes, notamment, les rectangles dont le fond est non homogène. Pour ce faire, nous proposons dans une deuxième étape de ce post-traitement, de supprimer les objets non homogènes. (i.e. les objets ayant une variance supérieure à un seuil bien déterminé). Ce traitement a aboutit à la suppression de 55 objets et a donné lieu à la configuration d'objets de la figure 28.

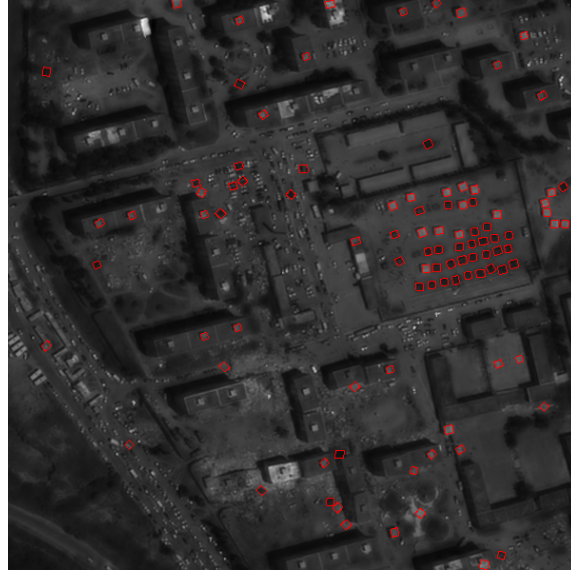


FIGURE 28 – Elimination des objets non homogènes, 98 objets détectés

En résumé, ce post-traitement a permis de minimiser le nombre de fausses alarmes. En effet, considérer uniquement la forme et l'homogénéité des objets n'est pas suffisant pour localiser les tentes sur une telle image. Par ailleurs, il peut être intéressant d'exploiter la couleur des tentes. Nous pouvons, en effet, associer une marque de couleur aux objets.

L'idée consiste à effectuer, dans un premier temps, une extraction des objets suivant leur forme sur l'image en niveau de gris, en utilisant l'algorithme de recuit simulé. Ensuite, nous traitons, dans une deuxième étape, l'image en couleur associée et nous déterminons la marque de couleur associée à chaque objet de la configuration obtenue. Suivant les marques calculées, nous proposons de retenir les objets ayant une marque de couleur qui correspond à la couleur bleue ou rouge (la couleur des tentes est supposée connue : soit bleue, soit rouge).

5 Modèle d'ellipses

Les simulations effectuées dans le chapitre précédent ont montré la possibilité de traiter des formes de grande dimension de type “rectangle”. Nous étendons alors l'approche proposée au cas d'un modèle d'ellipses et nous la validons sur différents types d'images, à savoir une image de flamants roses, une image d'arbres ainsi qu'une image de navires. D'autre part, nous proposons une modification de l'énergie du modèle pour l'image de navires, du fait que les objets sont adjacents et alignés.

5.1 Description du modèle d'ellipses

Dans cette partie, nous proposons un processus d'ellipse dont l'espace des objets est défini comme suit :

$$\chi = [0, X_{max}] \times [0, Y_{max}] \times [a_{min}, a_{max}] \times [b_{min}, b_{max}] \times [0, \pi[$$

L'espace des marques $\mathcal{M} = [a_{min}, a_{max}] \times [b_{min}, b_{max}] \times [0, \pi[$ correspond à une paramétrisation (a, b, ω) d'une ellipse telle que :

- a désigne le grand axe de l'ellipse, ses valeurs sont dans l'intervalle $[a_{min}, a_{max}]$,
- b désigne son petit axe, il est défini sur $[b_{min}, b_{max}]$,
- ω désigne son orientation. Elle représente l'angle que fait le grand axe de l'ellipse avec l'horizontale. Elle est définie sur l'intervalle $[0, \pi[$.

Cette paramétrisation est illustrée sur la figure 29.

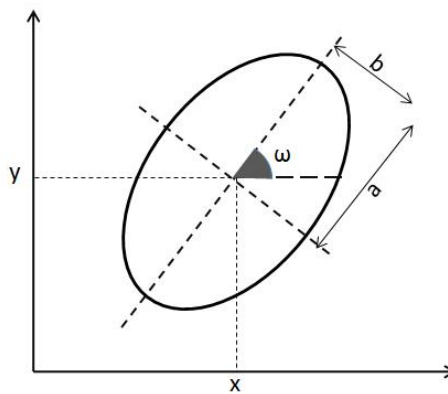


FIGURE 29 – Paramétrisation d'une ellipse

Le nombre de paramètres est inchangé par rapport à celui des rectangles. Donc, a priori, la taille de l'espace des objets devrait être la même que celle des rectangles.

5.2 Application à l'extraction des flamants roses

Ici, nous considérons l'image de la colonie de flamants roses, de taille 274×269 , présentée sur la figure 1. Par ailleurs, nous avons prouvé dans la partie 3.4.2 que la représentation par des disques n'est pas adaptée au problème de détection de flamants roses sur une telle image. En effet, plusieurs sous-détections ont été repérées sur l'image de la figure 15. Ainsi, bien que la représentation par des cercles soit plus simple et plus facile à mettre en oeuvre (moins de paramètres), nous préférons employer des ellipses pour deux raisons :

- les individus (i.e. les objets) situés dans les images que nous traitons ont une forme plus elliptique que circulaire.
- notre approche d'extraction (détecteur) dépend fortement de la forme des objets traités.

Pour cette image, les paramètres des ellipses d'extraction sont supposés appartenir à l'espace de marques $[4, 6] \times [3, 5] \times [0, \pi[$. Le paramètre d'activité β , qui représente une sur-estimation du nombre de flamants, est fixé à 1000. De plus, nous n'autorisons pas de recouvrement entre deux ellipses dépassant 30 %, i.e. nous fixons $s = 0.3$. Les résultats de la phase d'estimation sont donnés sur la figure 30(a). Le poids d'attache estimé par SEM est $\gamma_d = 16.2569$. La valeur de la log-pseudo-vraisemblance associée est $\log - PV = 2494.22$. L'algorithme a convergé en 2 itérations et il a duré 12 *min* et 2 *s*.

La phase d'extraction a été effectuée en 1 min et 30 s, et a permis de détecter 387 flamants, soit une erreur inférieure à 5 %, visualisés sur la figure 30(b).

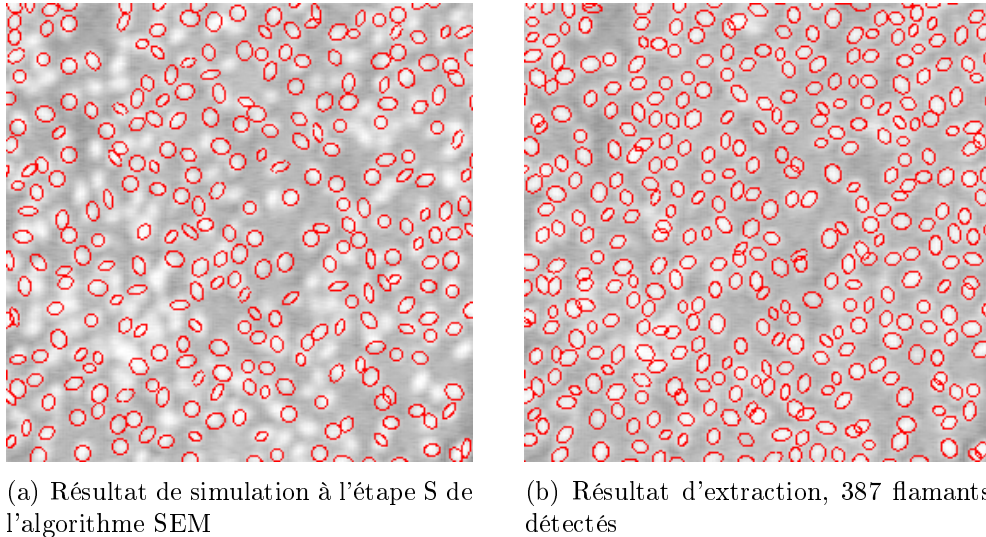


FIGURE 30 – Extraction des flamants roses par un processus d'ellipse

Après avoir obtenu les résultats d'extraction des flamants par des cercles dans le troisième chapitre et par des ellipses, plusieurs constatations peuvent être faites.

La première remarque est relative à la diminution du nombre de sous-détections. En effet, le nombre d'objets détectés par les disques est de 355 (cf. figure 15) tandis que le nombre d'objets obtenus par des ellipses est de 387 (cf. figure 30(b)). Ceci s'explique par le fait que notre approche d'extraction est très dépendante de la forme des objets à détecter. Par ailleurs, il faut remarquer que le temps d'estimation est beaucoup plus élevé en employant le modèle d'ellipses, environ 4 fois la durée d'estimation nécessaire pour une détection avec les disques pour l'image 1. Ceci était attendu puisque nous avons augmenté le nombre de paramètres. En effet, la taille de l'espace des objets est très élevée et donc ceci influe nécessairement sur les étapes E et M du SEM qui prennent beaucoup plus de temps pour l'évaluation de la pseudo-vraisemblance.

5.3 Application à l'extraction des arbres

Après avoir validé nos programmes sur une image de flamants roses, nous avons décidé de les tester sur des images d'arbres. Nous avons considéré le cas où les arbres sont alignés suivant une direction privilégiée. Soit l'image d'une plantation de peupliers en Saône et Loire donnée par la figure 31.

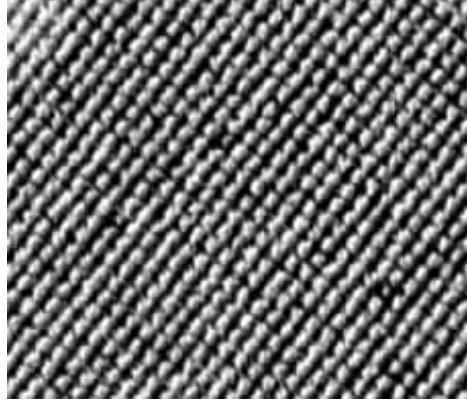
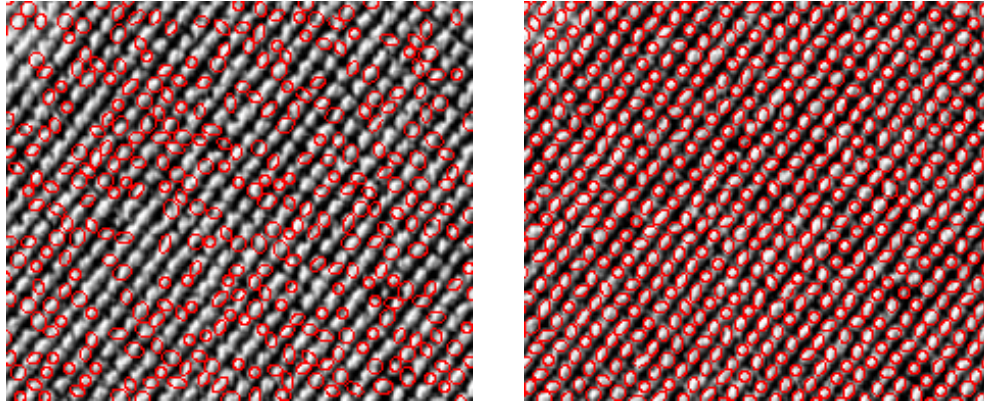


FIGURE 31 – Extrait d’une plantation de peupliers en Saône et Loire, © IFN

Les houppiers (i.e. couronnes des arbres) de cette image ont presque tous la même taille. C’est pourquoi, nous avons choisi l’espace des marques suivant : $\mathcal{P} = [4, 6] \times [3, 5] \times [0, \pi[$. Le paramètre d’activité initial est $\beta = 1000$. Le seuil de différence de contraste est $d_0 = 2$. La largeur de la couronne circonscrite est $\rho = 1$. Le résultat de la dernière itération de l’algorithme d’estimation est donné par la figure 32(a). Le poids d’attache estimé par SEM est $\gamma_d = 6.50895$. La log-pseudo-vraisemblance obtenue est $\log - PV = 2506.8$. Le coût de la phase d’estimation est de 17min et 17s effectuée en 3 itérations de SEM.

Pour la phase d’extraction, nous avons conservé les mêmes paramètres que pour la partie précédente. L’algorithme de recuit détecte 603 arbres présentés sur la figure 32(b).



(a) Résultat de simulation à l'étape S de l'algorithme SEM

(b) Résultat d'extraction, 603 arbres détectés

FIGURE 32 – Extraction de houppiers par un processus d'ellipse

Ainsi, nous pouvons conclure, d'après les simulations effectuées, que le modèle d'ellipses est adéquat pour le problème d'extraction des flamants roses et des houppiers au prix d'un temps de calcul plus important que pour les cercles.

5.4 Application à la détection de navires

Nous proposons dans cette partie de réutiliser le modèle d'ellipses proposé ainsi que la méthode d'estimation associée dans le cadre de détection des navires où la forme de ces derniers peut être approchée par une ellipse allongée.

D'autre part, nous proposons une nouvelle définition du terme d'attache aux données, du fait que le contour d'un bateau n'est pas parfaitement homogène. Nous modifions également le terme a priori, étant donnée la structure alignée des navires dans un port.

5.4.1 Simulation des résultats sur une image de navires

Considérons un extrait d'une photographie aérienne d'un port maritime en France, de 385×275 pixels, présentée dans la figure 33.

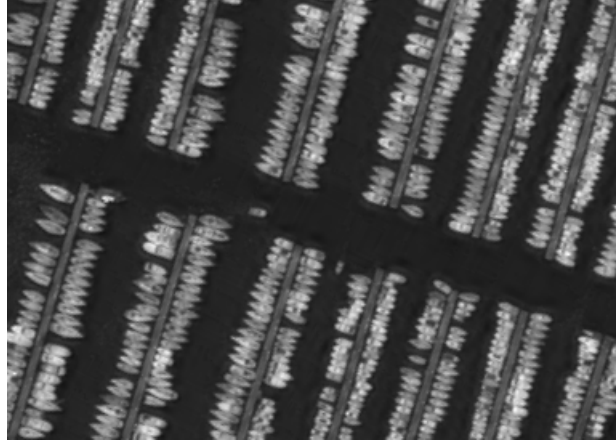


FIGURE 33 – Extrait d’une photographie de navires © CNES

Afin de détecter les navires sur cette image, nous avons fait tourner nos programmes d’estimation des paramètres associés à un processus d’ellipse sur cette image. Nous avons initialisé le paramètre d’activité β à 1000 et le seuil de différence de contrastes d_0 à 6. Puisque les navires sont assez proches et contigus, nous avons autorisé jusqu’à 30 % de recouvrement entre les ellipses de détection. La configuration d’objets obtenue à la convergence de l’algorithme SEM est présentée sur la figure 34(a). L’exécution de l’algorithme SEM sur cette image a duré 1h, 38 min et 36 s pour quatre processeurs de fréquence 1.86 GHz et a abouti à une valeur du poids d’attache aux données égale à 29,9083. La phase d’extraction des objets par recuit simulé a permis de localiser 482 bateaux parmi 538 objets détectés. Le résultat de cette phase est exposé sur la figure 34(b).

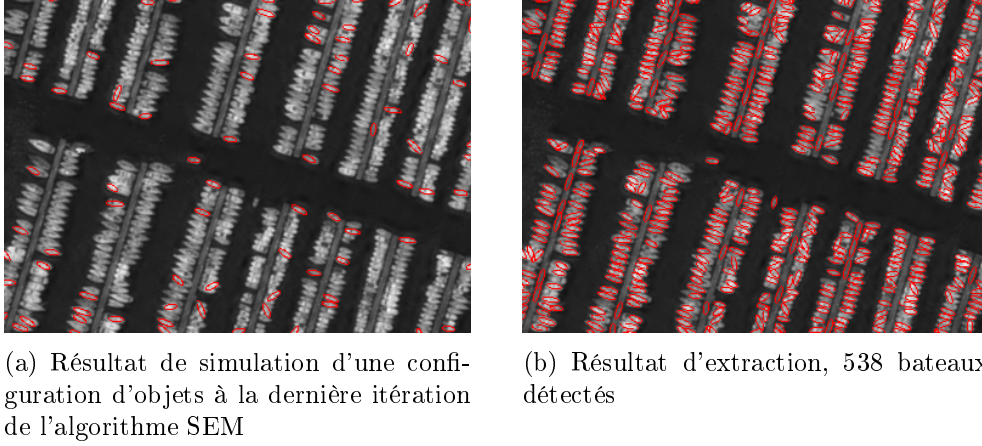


FIGURE 34 – Extraction de navires par un processus ponctuel marqué d'ellipses

Les résultats obtenus ne sont pas assez satisfaisants. En effet, 87 objets ne sont pas détectés et 56 objets sont de fausses alarmes (présence de fausses détections sur les quais). Ceci s'explique par le fait que les objets à détecter (les navires) sont très proches et adjacents de telle façon que la couronne circonscrite à un objet n'est plus homogène et ne permet plus de distinguer les différents objets de l'image. C'est pourquoi, nous proposons de modifier la définition de l'énergie de l'attache aux données et de considérer une nouvelle définition de la frontière d'une ellipse $\mathcal{F}^p(u)$.

5.4.2 Modification de l'énergie d'attache aux données

Au lieu de mesurer la différence de contrastes entre l'ensemble des pixels d'un objet et celui de sa couronne circonscrite, nous proposons de calculer la différence de contrastes entre l'ensemble des pixels d'un objet et l'ensemble des pixels appartenant aux deux bouts de sa couronne circonscrite comme le montre la figure 35.

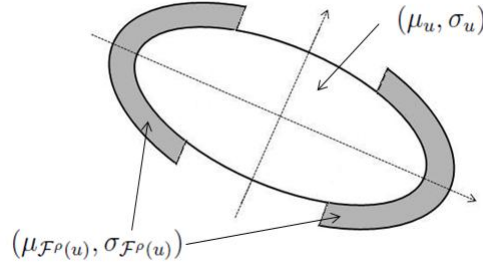
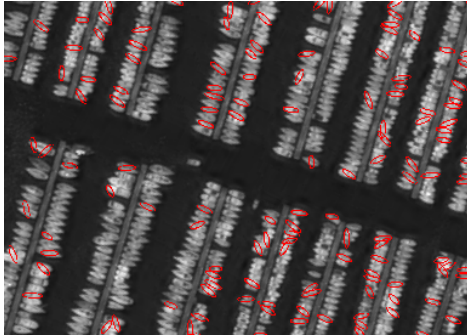
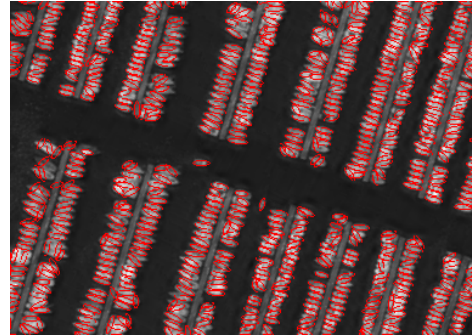


FIGURE 35 – Modification de la définition de la frontière d’une ellipse pour la détection des navires

Le calcul de cette distance est effectué avec la fonction donnée par l’équation (4). En considérant cette nouvelle définition de l’attache aux données, l’algorithme SEM correspondant converge après 1h, 59 min et 53 s pour les mêmes valeurs des paramètres que la simulation précédente, et il a contribué à une valeur de poids d’attache aux données égale à 11.9512. La configuration d’objets générée à la dernière itération de l’algorithme SEM est présentée dans la figure 36(a). La configuration d’objets obtenue par recuit simulé est exposée sur la figure 36(b).



(a) Résultat de simulation d’une configuration d’objets à la dernière itération de l’algorithme SEM



(b) Résultat d’extraction, 635 bateaux détectés

FIGURE 36 – Extraction des navires par un processus ponctuel marqué d’ellipse avec modification de la définition de l’attache aux données

Le résultat montre que cette deuxième définition de l’attache aux données a permis d’améliorer les résultats de détection des navires. En effet, le nombre de sous-détections s’est réduit par rapport à la simulation précédente.

De plus, les fausses alarmes sur les quais sont éliminées. Néanmoins, certaines fausses détections qui correspondent aux ellipses non alignées peuvent être notées. Dans ce cas, et afin d'éviter la présence de tels objets, nous proposons d'introduire une deuxième composante de régularisation permettant de favoriser l'alignement des ellipses.

5.4.3 Première modification de l'énergie a priori

Puisque les navires situés dans les images traitées sont généralement adjacents et très organisés car ils sont à quais, nous proposons de favoriser, dans notre modèle, les ellipses proches et alignées. Pour ce faire, nous définissons les grandeurs suivantes qui permettent d'indiquer si deux ellipses e_1 et e_2 sont tangentes :

1. $d_\omega(e_1, e_2) = |\omega_1 - \omega_2|$ où ω_1 et ω_2 sont respectivement l'orientation de l'ellipse e_1 et l'orientation de l'ellipse e_2 . En effet, les ellipses tangentes ont la même orientation.
2. $d_\alpha(e_1, e_2) = |\alpha - (\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \frac{\pi}{2})|$ où α est l'angle que fait la droite passant par les centres des deux ellipses avec l'horizontale. En effet, pour les ellipses alignées, la droite passant par les centres des deux ellipses doit être perpendiculaire à chacun des grands-axes des ellipses comme illustré sur la figure 37.
3. $d_C(e_1, e_2) = |d(c_1, c_2) - (b_1 + b_2)|$ où $d(c_1, c_2)$ est la distance euclidienne entre le centre c_1 de l'ellipse e_1 et le centre c_2 de l'ellipse e_2 . Les grandeurs b_1 et b_2 sont respectivement le demi-petit-axe de l'ellipse e_1 et le demi-petit-axe de l'ellipse e_2 . D'ailleurs, la distance $d_C(e_1, e_2)$ nous permet d'évaluer le rapprochement de deux ellipses.

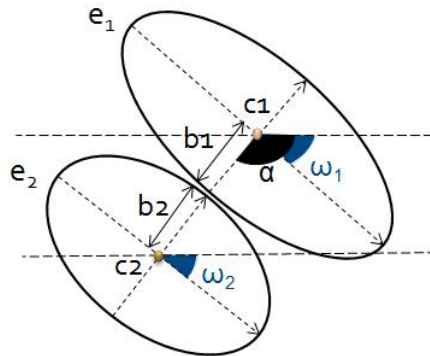


FIGURE 37 – Alignement de deux ellipses

Ainsi, nous disons que deux ellipses e_1 et e_2 sont tangentes, si elles vérifient les trois conditions suivantes :

$$e_1 \sim_{alig} e_2 \iff \begin{cases} d_\omega(e_1, e_2) \leq d_{\omega_{max}} \\ d_\alpha(e_1, e_2) \leq d_{\alpha_{max}} \\ d_C(e_1, e_2) \leq d_{C_{max}} \end{cases}$$

Pour qualifier une relation d'alignement entre deux objets, nous avons eu recours à la fonction donnée par l'équation (31). Ensuite, nous avons défini l'énergie a priori liée à l'alignement de deux ellipses comme suit :

$$\begin{cases} U_{alig}(e_1, e_2) = \delta \varpi(d_\alpha(e_1, e_2), d_{\alpha_{max}}) & \text{si } e_1 \sim_{alig} e_2 \\ U_{alig}(e_1, e_2) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (45)$$

δ est un coefficient qui qualifie le rapprochement de deux ellipses. Il varie en fonction de la distance $d_C(e_1, e_2)$. Lorsque les ellipses e_1 et e_2 sont tangentes, ce coefficient est maximal, il est égal à 1. En revanche, lorsque les ellipses sont éloignées, le coefficient δ est nul. Pour formaliser cette idée, nous avons considéré la fonction linéaire suivante :

$$\delta(e_1, e_2) = 1 - \frac{1}{2b_{max}} d_C(e_1, e_2) \quad (46)$$

b_{max} désignant le demi-petit-axe de la plus grande ellipse.

Finalement, l'énergie a priori liée à l'alignement des ellipses d'une configuration d'objets \mathbf{x} est la somme des énergies a priori d'alignement définies au niveau de chaque paire d'objets (e_i, e_j) :

$$U_{alig}^p(\mathbf{x}) = \sum_{1 < i < j < n(\mathbf{x})} U_{alig}(e_i, e_j) \quad (47)$$

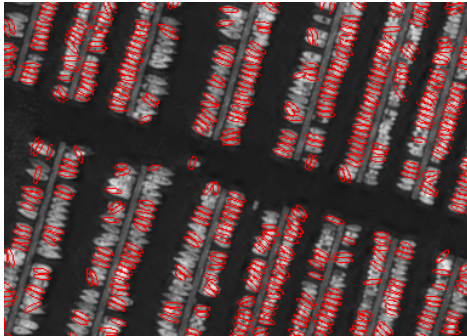
Il est aussi nécessaire d'introduire une pondération γ_{alig} qui quantifie la prise en considération de cette énergie par rapport aux autres énergies, en particulier l'énergie d'attache aux données. Ainsi, la nouvelle expression de l'énergie d'alignement obtenue est la suivante :

$$U_{alig}^p(\mathbf{x}) = \gamma_{alig} \sum_{1 < i < j < n(\mathbf{x})} U_{alig}(e_i, e_j) \quad (48)$$

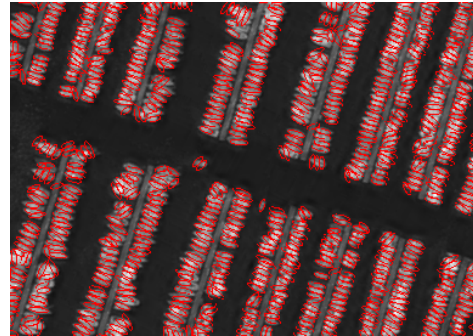
Le paramètre γ_{alig} est également un paramètre de notre modèle. Il doit être estimé par l'algorithme SEM. De plus, il doit être initialisé soigneusement. En effet, l'estimation par SEM est très dépendante du choix des paramètres initiaux. Notamment, lorsque le vecteur de paramètres de départ est éloigné

de l'estimateur de Maximum de Vraisemblance (MV), l'algorithme converge extrêmement lentement.

Empiriquement, en effectuant plusieurs simulations de l'algorithme SEM sur l'image de navires de la figure 33, nous avons pu conclure que la valeur du paramètre la plus convenable, qui assure une meilleur détection des objets, est celle qui est inférieure à $\frac{\gamma_d}{2}$. D'ailleurs, nous avons initialisé le paramètre du poids de l'énergie a priori d'alignement comme étant le tiers de la valeur du poids d'attache aux données initiale ($\gamma_{align}^0 = \frac{\gamma_d^0}{3}$). Pour la valeur des autres paramètres du modèle, nous avons considéré les mêmes valeurs que celles de la simulation précédente. L'algorithme d'estimation associé est très lent. Il converge après 2h, 36 min et 13 s pour quatre processeurs de fréquence 1.86 GHz. La configuration d'objets pour laquelle l'algorithme a convergé est donnée par la figure 38(a). Les paramètres estimés par SEM sont $\gamma_d = 25.3426$ et $\gamma_{align} = 10.535$. Ces paramètres ont contribué à l'image d'extraction décrite en figure 38(b).



(a) Résultat de simulation d'une configuration d'objets à la dernière itération de l'algorithme SEM



(b) Résultat d'extraction, 715 bateaux détectés

FIGURE 38 – Extraction des navires par un processus ponctuel marqué d'ellipse, en favorisant les ellipses alignées

La figure 38(b) montre que, en considérant l'alignement des objets, les résultats sont légèrement améliorés par rapport aux simulations précédentes. En effet, les ellipses sont plus ordonnées. Toutefois, nous pouvons remarquer la présence de fausses alarmes. Par exemple, nous pouvons constater le cas où plusieurs ellipses sont parfaitement alignées, mais elles se placent sur le même navire. Ces ellipses correspondent généralement à des objets ayant une orientation différente de celle des navires dans l'image. Une solution à ce pro-

blème consiste à favoriser les ellipses ayant une orientation bien déterminée, puisque les navires de l'image traitée ont presque la même direction.

5.4.4 Deuxième modification de l'énergie a priori

Dans cette partie, nous proposons d'estimer la direction ω_N suivant laquelle les navires sont orientés pour favoriser, après cette estimation, les ellipses qui se trouvent dans cette direction. Pour ce faire, nous proposons de modifier l'énergie a priori liée à l'alignement des ellipses, donnée par l'équation (48). Nous favorisons une ellipse par l'énergie via l'équation (49) uniquement si cette ellipse a une orientation proche de ω_N . Si l'ellipse ne vérifie pas cette condition, elle n'est favorisée par aucune énergie a priori. Ainsi, l'énergie a priori liée à l'alignement des objets est désormais définie comme suit :

$$\begin{cases} U_{align}(e_1) = U_{align}^p(\mathbf{x} \cup \{e_1\}) - U_{align}^p(\mathbf{x}) & \text{si } |\omega_{e_1} - \omega_N| \leq d_{\omega_{max}} \\ U_{align}(e_1) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (49)$$

C'est-à-dire,

$$\begin{cases} U_{align}(e_1) = \gamma_{align} \sum_{v \in n(\mathbf{x})} U_{align}(e_1, v) & \text{si } |\omega_{e_1} - \omega_N| \leq d_{\omega_{max}} \\ U_{align}(e_1) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (50)$$

Pour tester cette idée, nous avons défini l'orientation des navires d'une façon ad hoc. En d'autres termes, nous avons effectué une simulation rapide d'une configuration d'objets. Ensuite, nous avons calculé la moyenne des orientations des ellipses les plus adaptées aux données (ie. les ellipses qui se positionnent bien sur les objets de l'image). La phase d'estimation a nécessité 1h, 38 min et 32 s. Les paramètres obtenus par l'algorithme SEM sont $\gamma_d = 27.5692$ et $\gamma_{align} = 9.18972$. Ces paramètres ont permis la détection de 523 objets présentés sur la figure 39(b).

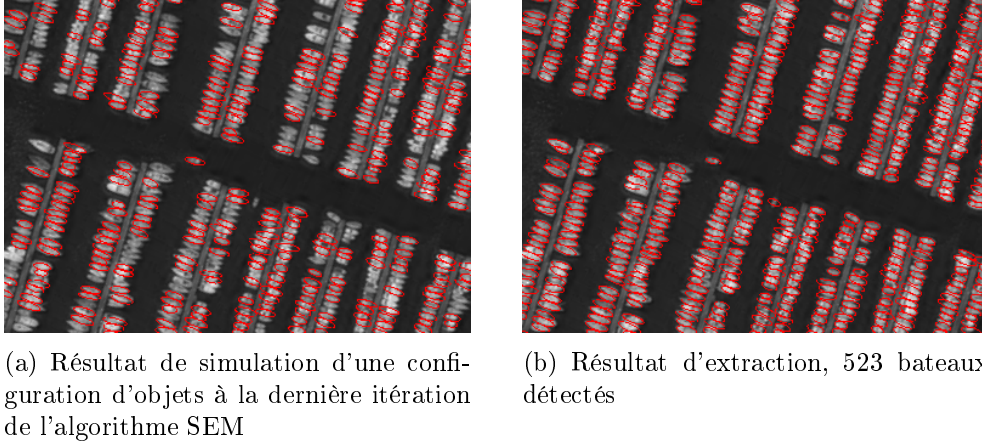


FIGURE 39 – Extraction de navires par un processus ponctuel marqué d'ellipse, en favorisant les ellipses alignées ayant une direction privilégiée

Cette approche a résulté en une meilleure détection des bateaux avec une erreur inférieure à 9.5 %. Toutefois, elle ne peut être généralisée sur toutes les images de navire car elle nécessite que les objets aient une direction commune.

De plus, il peut être intéressant de développer une méthode permettant d'estimer la direction automatiquement. Or, G. Perrin a proposé une méthode permettant d'estimer la direction des arbres dans une forêt (Perrin (2006)). Nous nous sommes donc inspirés de ce travail pour estimer la direction des bateaux.

6 Conclusion

Après avoir développé une algorithmie non-supervisée pour extraire une collection d'objets à partir d'une modélisation par processus ponctuels marqués, nous avons abordé le problème de la détection des objets de grande dimension, de forme elliptique et rectangulaire. Les paramètres associés à chacun des modèles sont estimés par l'algorithme SEM.

D'abord, nous avons défini un modèle de rectangles. Sa validation sur des images de bâtiments a nécessité l'intervention d'un terme d'énergie qui favorise les rectangles alignés. Ceci a donné naissance à un nouveau paramètre lié à cette énergie, qui a été aussi estimé par l'algorithme SEM. D'autre part, le modèle de processus de rectangle, fondé uniquement sur la géométrie des objets n'a pas réussi à résoudre le problème de la détection des tentes sur une image contenant une multitude d'objets. Un post-traitement fondé sur l'homogénéité des pixels de l'objet et ceux de sa frontière a permis d'améliorer les résultats.

Ensuite, nous avons introduit un modèle de processus ponctuels marqués d'ellipses. L'application de ce modèle ainsi que l'algorithme d'estimation SEM associé ont prouvé leur efficacité quant à l'extraction des flamants roses et des huppiers d'arbres. L'application de cette méthode au problème de la détection des navires a nécessité une redéfinition du terme d'attache aux données, du fait que la couronne circonscrite à une ellipse représentant un navire n'est pas homogène pour l'image traitée. De plus, l'introduction d'une contrainte a priori représentant l'alignement des navires a été testée sans amélioration significative des résultats. Par contre, une bonne détection des données a été obtenue en favorisant les objets qui sont orientés suivant une direction bien déterminée.

Cependant, l'approche proposée pour la détection de navires n'est pas automatique et nécessite la connaissance de la direction suivant laquelle les navires sont dirigés. Dans nos tests, cette direction a été fixée manuellement. Il serait intéressant de l'estimer automatiquement grâce à la connaissance d'une carte portuaire ou par une estimation de l'orientation du gradient. D'autre part, notre approche est valable uniquement lorsque les objets ont une direction commune. Cette étude pourrait être étendue au cas où les objets ont des orientations différentes en effectuant une estimation locale de la direction des navires.

Concernant la détection des tentes, notre approche n'était pas assez efficace du fait qu'elle n'exploitait pas la couleur des tentes. Dans ce cas, nous pouvons envisager de traiter des images en couleur comme il est expliqué dans le paragraphe 4.3.2 de ce rapport.

Certaines limites qui résultent de l'emploi des objets de grande dimension apparaissent. En effet, la modélisation par des ellipses et des rectangles a provoqué l'augmentation de la taille de l'espace des objets de sorte que l'évaluation de la pseudo-vraisemblance est devenue très coûteuse en temps de calcul. Ainsi, la phase d'estimation par un algorithme itératif de type SEM est très lente. Nous pourrions envisager des stratégies d'optimisation de la méthode d'estimation pour l'accélération du temps de calcul. Nous pouvons, en effet, appliquer la méthode d'estimation sur une ou plusieurs régions de l'image et effectuer, ensuite, l'extraction sur la totalité de l'image à partir des estimées obtenues.

A Annexe : Pseudo-vraisemblance d'un processus ponctuel

On reprend ici une méthode générale de construction de la pseudo-vraisemblance présentée dans (Jensen et Møller (1991)).

On considère un borné W de \mathbb{R}^2 (l'image). Pour tout borélien $B \subset W$, on rappelle l'expression suivante de la mesure du processus de Poisson défini sur W , et de mesure d'intensité $\Lambda(\cdot)$:

$$\mu_W(B) = e^{-\Lambda(B)} \left[1_W(\emptyset) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \cdots \int 1_W(\{x_1, \dots, x_n\}) \Lambda(dx_1) \dots \Lambda(dx_n) \right]. \quad (51)$$

Les processus étudiés sont maintenant définis par leur densité, notée $f_\theta(\mathbf{x})$, par rapport à la mesure du processus de Poisson précédente. Par ailleurs, ces processus sont supposés simples et finis (i.e. stables).

La construction de la pseudo-vraisemblance fait alors appel au concept d'intensité conditionnelle d'un processus ponctuel.

A.1 Intensité Conditionnelle

Intuitivement, l'intensité conditionnelle de Papangelou $\lambda(u; \mathbf{x})$ peut être interprétée comme la probabilité conditionnelle que le processus X possède un point à la position u sachant que le reste du processus coïncide avec la configuration \mathbf{x} . Formellement, on obtient :

$$\lambda_\theta(u; \mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{f_\theta(\mathbf{x} \cup \{u\})}{f_\theta(\mathbf{x})} & \text{si } u \notin \mathbf{x} \\ \frac{f_\theta(\mathbf{x})}{f_\theta(\mathbf{x} \setminus \{x_i\})} & \text{pour tout } x_i \in \mathbf{x}. \end{cases} \quad (52)$$

A.2 Pseudo-Vraisemblance

Soit $(W_i)_{i=1, \dots, m(\delta)}$ une famille d'ensembles deux à deux disjoints qui forme une partition de W , où $\delta = \max_{1 \leq i \leq m} \Lambda(W_i)$. On note $\mathbf{x}_A = \{x \in \mathbf{x} : x \in A\}$.

Par analogie avec l'expression de la pseudo-vraisemblance d'un processus discret, la pseudo-vraisemblance du processus ponctuel s'obtient comme :

$$PL_W(\theta; \mathbf{x}) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \prod_{i=1}^{m(\delta)} f_\theta(\mathbf{x}_{W_i} | \mathbf{x}_{W \setminus W_i}), \quad (53)$$

avec

$$f_\theta(\mathbf{x}_A | \mathbf{x}_{W \setminus A}) = \frac{f_\theta(\mathbf{x}_A \cup \mathbf{x}_{W \setminus A})}{\int f_\theta(\mathbf{y} \cup \mathbf{x}_{W \setminus A}) \mu_A(d\mathbf{y})}. \quad (54)$$

Mais, d'après (51) :

$$\int f_\theta(\mathbf{y} \cup \mathbf{x}_{W \setminus A}) \mu_A(d\mathbf{y}) = f_\theta(\mathbf{x}_{W \setminus A}) e^{-\Lambda(A)} + \int_A f_\theta(u \cup \mathbf{x}_{W \setminus A}) \Lambda(du) e^{-\Lambda(A)} + O(\Lambda(A)^2).$$

On peut supposer δ suffisamment petit pour que chaque ensemble W_i ne contienne au plus qu'un seul point, i.e. $n(\mathbf{x}_{W_i}) \leq 1$. En prenant, par convention, $\lambda_\theta(\emptyset; \mathbf{x}) = 1$, il vient alors :

$$f_\theta(\mathbf{x}_{W_i} | \mathbf{x}_{W \setminus W_i}) = \frac{\lambda_\theta(\mathbf{x}_{W_i}; \mathbf{x}) e^{\Lambda(W_i)}}{1 + \int_{W_i} \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) + O(\delta^2)}.$$

et donc, d'après (53) :

$$PL_W(\theta; \mathbf{x}) = \lim_{\delta \rightarrow 0} e^{\Lambda(W)} \frac{\prod_{x_i \in \mathbf{x}} \lambda_\theta(x_i; \mathbf{x})}{\prod_{i=1}^{m(\delta)} 1 + \int_{W_i} \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) + O(\delta^2)}.$$

En remarquant que :

$$\int_{W_i} \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) = O(\delta),$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \log \left[\prod_{i=1}^{m(\delta)} \frac{1}{1 + \int_{W_i} \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) + O(\delta^2)} \right] &= - \sum_{i=1}^{m(\delta)} \left(\int_{W_i} \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) \right) + O(m(\delta)\delta^2) \\ &= - \int_W \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) + O(m(\delta)\delta^2). \end{aligned}$$

En supposant maintenant que, lorsque $\delta \rightarrow 0$, alors $m(\delta)\delta^2 \rightarrow 0$ (c'est, par exemple, le cas de la partition où chaque ensemble W_i a la même aire), on a :

$$PL_W(\theta; \mathbf{x}) = e^{\Lambda(W)} \left[\prod_{x_i \in \mathbf{x}} \lambda_\theta(x_i; \mathbf{x}) \right] \exp \left\{ - \int_W \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) \right\}.$$

Puisque le terme $e^{\Lambda(W)}$ ne dépend pas des paramètres θ qui définissent la densité du processus et que l'on cherche à estimer, on peut considérer de manière équivalente :

$$PL_W(\theta; \mathbf{x}) = \left[\prod_{x_i \in \mathbf{x}} \lambda_\theta(x_i; \mathbf{x}) \right] \exp \left\{ - \int_W \lambda_\theta(u; \mathbf{x}) \Lambda(du) \right\}. \quad (55)$$

Références

- A. Baddeley et R. Turner : Practical maximum pseudolikelihood for spatial point patterns (with discussion). *Australian and New Zealand Journal of Statistics*, 42(3):283–322, septembre 2000.
- G. Casella et C. Robert : *Monte Carlo Statistical Methods*. Springer-Verlag, New York, 1999.
- G. Celeux, D. Chauveau et J. Diebolt : On stochastic versions of the EM algorithm. Rapport de Recherche 2514, INRIA, mars 1995.
- G. Celeux et D. Diebolt : The SEM algorithm : a probabilistic teacher algorithm derived from the EM algorithm for the mixture problem. *Computational Statistics Quarterly*, 2(1):73–82, 1985.
- B. Delyon, M. Lavielle et E. Moulines : Convergence of a stochastic approximation version of the EM algorithm. *The Annals of Statistics*, 27(1):94–128, 1999.
- A. P. Dempster, N. M. Laird et D. B. Rubin : Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Stat. Society. Series B (Methodological)*, 39(1):1–38, 1977.
- S. Descamps, X. Descombes, A. Béchet et J. Zerubia : Détection de flamants roses par processus ponctuels marqués pour l’estimation de la taille des populations. Rapport de Recherche 6328, INRIA, octobre 2007. URL <https://hal.inria.fr/inria-00180811>.
- S. Descamps, X. Descombes, A. Béchet et J. Zerubia : Automatic flamingo detection using a multiple birth and death process. In *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Las Vegas, juillet 2008.
- A.E. Gelfand et B.P. Carlin : Maximum-likelihood estimation for constrained-or missing-data models. *Canadian Journal of Statistics*, 21: 303–311, 1993.
- C. Geyer : *Stochastic Geometry - Likelihood and Computation*, chapitre Likelihood inference for spatial point process. Chapman and Hall/CRC, 1999.
- P. Green : Reversible jump Markov Chain Monte Carlo computation and Bayesian model determination. *Biometrika*, 82:711–742, 1995.

-
- J. Jensen et J. Møller : Pseudolikelihood for exponential family models of spatial point processes. *The Annals of Applied Probability*, 1(3):445–461, août 1991.
- J. Møller : *Stochastic Geometry - Likelihood and Computation*, chapitre Markov chain Monte Carlo and spatial point processes. Chapman and Hall/CRC, 1999.
- M. Ortner : *Processus Ponctuels Marqués pour l'Extraction Automatique de Caricatures de Bâtiments à partir de Modèles Numériques d'Élévation*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia Antipolis, octobre 2004.
- G. Perrin : *Etude du couvert forestier par processus ponctuels marqués*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, octobre 2006.
- G. Perrin, X. Descombes et J. Zerubia : 2d and 3d vegetation resource parameters assessment using marked point processes. *In Proc. of International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, Hong-Kong, août 2006.
- C. P. Robert : *Méthodes de Monte Carlo par Chaînes de Markov*. Economica, Paris, 1996.
- M. N. M. van Lieshout et A. J. Baddeley : Extrapolating and interpolating spatial patterns. *In* A. B. Lawson et D. G. T. Denison, éditeurs : *Spatial cluster modelling*. CRC Press/Chapman and Hall, Boca Raton, 2002.
- G. C. G. Wei et M. A. Tanner : A Monte-Carlo implementation of the EM algorithm and the poor man's data augmentation algorithms. *Journal of the Am. Stat. Assoc.*, 85(411):699–704, septembre 1990.



Centre de recherche INRIA Sophia Antipolis – Méditerranée
2004, route des Lucioles - BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex (France)

Centre de recherche INRIA Bordeaux – Sud Ouest : Domaine Universitaire - 351, cours de la Libération - 33405 Talence Cedex
Centre de recherche INRIA Grenoble – Rhône-Alpes : 655, avenue de l'Europe - 38334 Montbonnot Saint-Ismier
Centre de recherche INRIA Lille – Nord Europe : Parc Scientifique de la Haute Borne - 40, avenue Halley - 59650 Villeneuve d'Ascq
Centre de recherche INRIA Nancy – Grand Est : LORIA, Technopôle de Nancy-Brabois - Campus scientifique
615, rue du Jardin Botanique - BP 101 - 54602 Villers-lès-Nancy Cedex
Centre de recherche INRIA Paris – Rocquencourt : Domaine de Voluceau - Rocquencourt - BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex
Centre de recherche INRIA Rennes – Bretagne Atlantique : IRISA, Campus universitaire de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex
Centre de recherche INRIA Saclay – Île-de-France : Parc Orsay Université - ZAC des Vignes : 4, rue Jacques Monod - 91893 Orsay Cedex

Éditeur
INRIA - Domaine de Voluceau - Rocquencourt, BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)
<http://www.inria.fr>
ISSN 0249-6399